



Ināra Jermačenko

Funkciju grafiku pārveidojumi

Materiāls izstrādāts

ESF Darbības programmas 2007. - 2013.gadam “Cilvēkresursi un nodarbinātība”
prioritātes 1.2. “Izglītība un prasmes”

pasākuma 1.2.1. “Profesionālās izglītības un vispārējo prasmju attīstība”
aktivitātes 1.2.1.2. “Vispārējo zināšanu un prasmju uzlabošana”
apakšaktivitātes 1.2.1.1.2. “Profesionālajā izglītībā iesaistīto pedagogu
kompetences paaugstināšana”

Latvijas Universitātes realizētā projekta
“Profesionālajā izglītībā iesaistīto vispārizglītojošo mācību priekšmetu pedagogu
kompetences paaugstināšana”

(Vienošanās Nr.2009/0274/1DP/1.2.1.1.2/09/IPIA/VIAA/003,
LU reģistrācijas Nr.ESS2009/88) īstenošanai.

Rīga, 2011.

Saturs

1. Ievads 5
2. Grafika pārbīde $y = f(x) + b$ 6
3. Funkcijas $y = x^2 - 4$ grafiks 7
4. Grafika pārbīde $y = f(x + a)$ 11
5. Funkcijas $y = (x + 2)^2$ grafiks 12
6. Funkcijas $y = (x - 1)^3 + 2$ grafiks 16
7. Grafika simetrija $y = f(-x)$ 21
8. Funkcijas $y = \log_2(-x)$ grafiks 22
9. Grafika simetrija $y = -f(x)$ 24

10. Funkcijas $y = -2^x$ grafiks 25
11. Grafika simetrija $y = -f(-x)$ 27
12. Funkcijas $y = -\sqrt{-x}$ grafiks 28
13. Grafika daļējā simetrija $y = |f(x)|$ 30
14. Funkcijas $y = |\sin x|$ grafiks 31
15. Grafika daļējā simetrija $y = f(|x|)$ 32
16. Funkcijas $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{|x|}$ grafiks 33
17. Grafika deformācija $y = kf(x)$ ($k > 0$) 34
18. Funkcijas $y = 2 \cos x$ grafiks 35
19. Grafika deformācija $y = f(px)$ ($p > 0$) 36

20. Funkcijas $y = \sin \frac{x}{2}$ grafiks

37

1. Ievads

Elementārie funkciju grafiku pārveidojumi:

- paralēla pārnese (jeb pārbīde)
 - Oy ass virzienā,
 - Ox ass virzienā;
- simetrija
 - attiecībā pret Oy asi,
 - attiecībā pret Ox asi,
 - attiecībā pret koordinātu plaknes sākumpunktu,
 - daļēja simetrija;
- deformācija
 - Oy ass virzienā,
 - Ox ass virzienā.

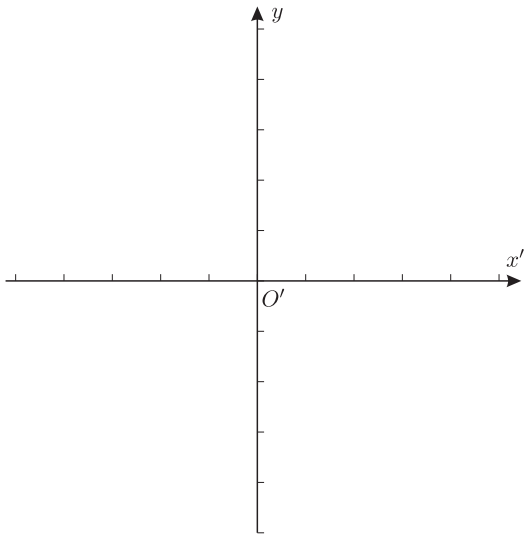
2. Grafika pārbīde $y = f(x) + b$

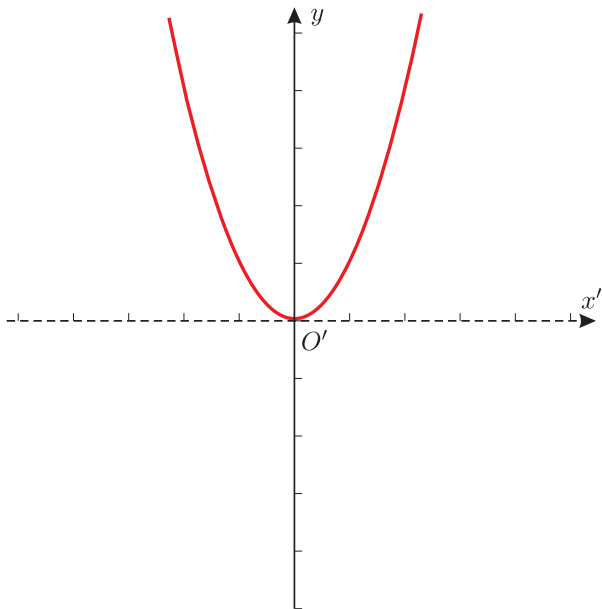
Funkcijas $y = f(x) + b$ grafiks veidojas no funkcijas $y = f(x)$ grafika ar pārbīdes palīdzību Oy ass virzienā par $|b|$ vienībām uz augšu vai leju atkarībā no skaitļa b zīmes. Tādējādi mainās grafika novietojums attiecībā pret Ox asi. *Praksē racionālāk un izdevīgāk pārnest ne grafiku, bet Ox asi.*

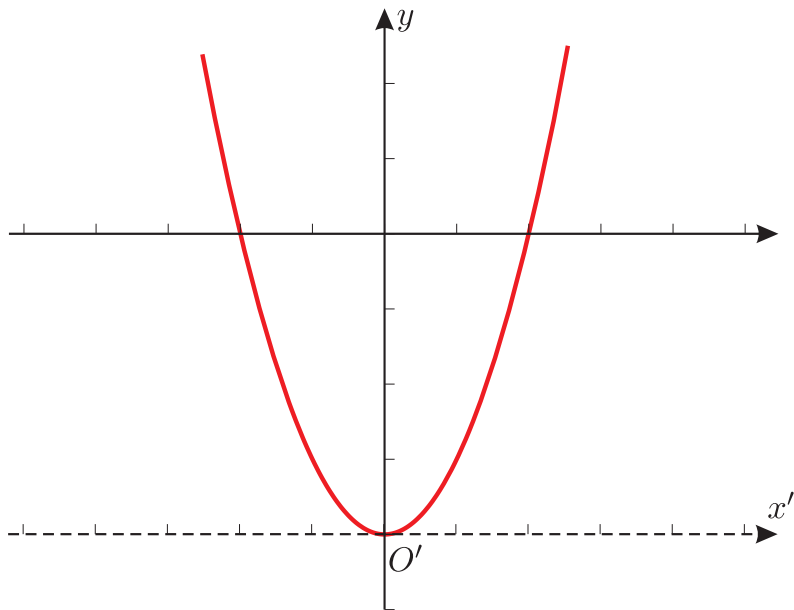
Konstruēšanas algoritms:

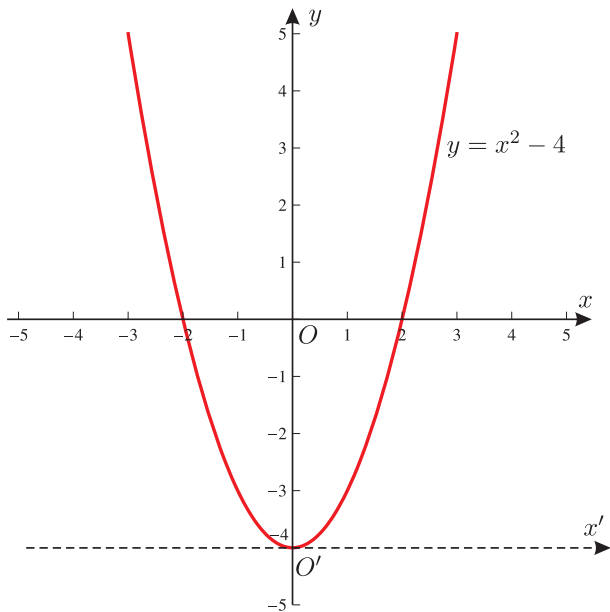
1. konstruēt palīgkoordinātu sistēmu $O'x'y'$;
2. sistēmā $O'x'y'$ konstruēt funkcijas $y = f(x')$ grafiku;
3. $O'x'$ asi pārbīdīt par $|b|$ vienībām;
 - uz leju, ja $b < 0$,
 - uz augšu, ja $b > 0$;
4. atzīmēt iegūtajā koordinātu sistēmā Oxy koordinātu asis un vienības nogriežņus.

3. Funkcijas $y = x^2 - 4$ grafiks









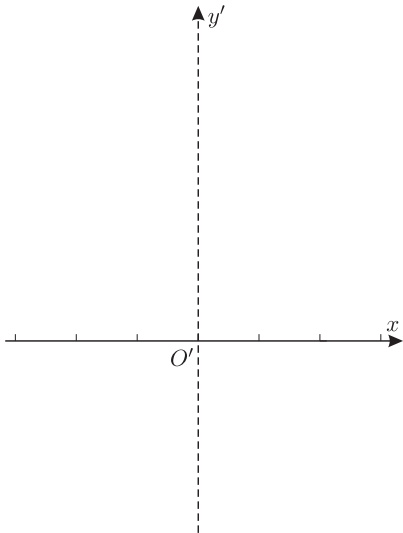
4. Grafika pārbīde $y = f(x + a)$

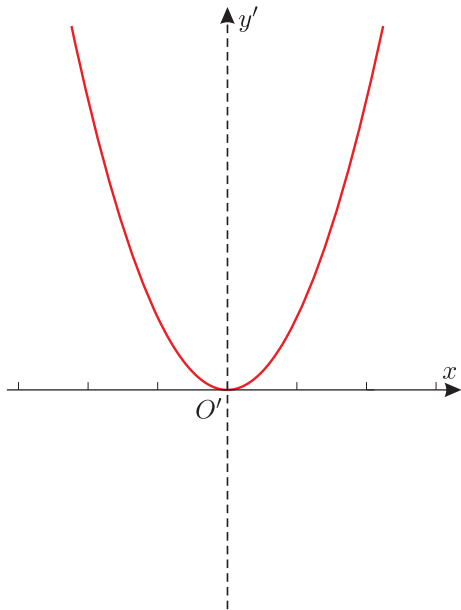
Funkcijas $y = f(x + a)$ grafiks veidojas no funkcijas $y = f(x)$ grafika ar pārbīdes palīdzību Ox ass virzienā par $|a|$ vienībām pa kreisi vai pa labi atkarībā no skaitļa a zīmes. Tātad mainās grafika novietojums attiecībā pret Oy asi. Lai tādējādi iegūtu funkcijas $y = f(x + a)$ grafiku, izmanto OY ass pārbīdi.

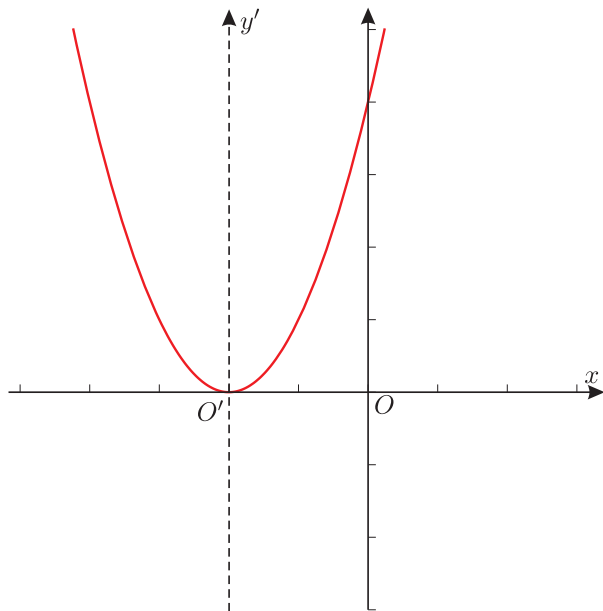
Konstruēšanas algoritms:

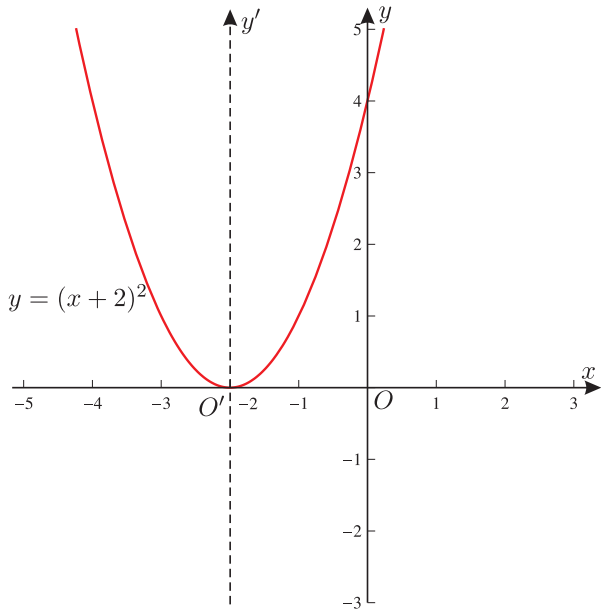
1. konstruēt palīgkoordinātu sistēmu $O'x'y'$;
2. sistēmā $O'x'y'$ konstruēt funkcijas $y' = f(x)$ grafiku;
3. $O'y'$ asi pārbīdīt par $|a|$ vienībām;
 - pa kreisi, ja $a < 0$,
 - pa labi, ja $a > 0$;
4. atzīmēt iegūtajā koordinātu sistēmā Oxy koordinātu asis un vienības nogriežņus.

5. Funkcijas $y = (x + 2)^2$ grafiks

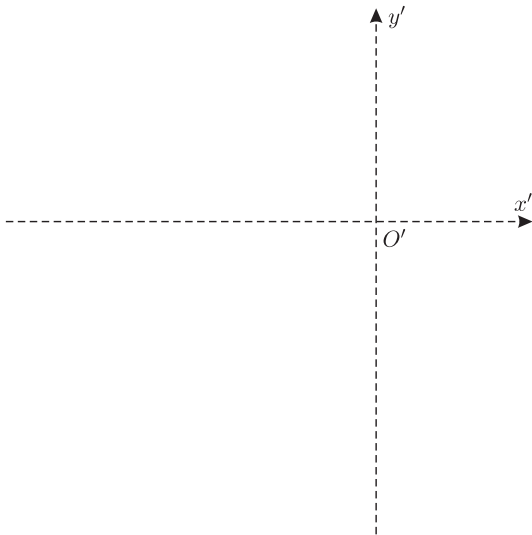


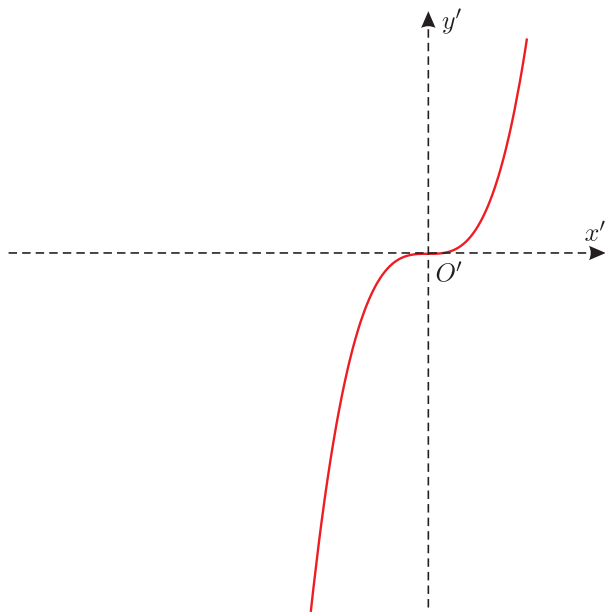


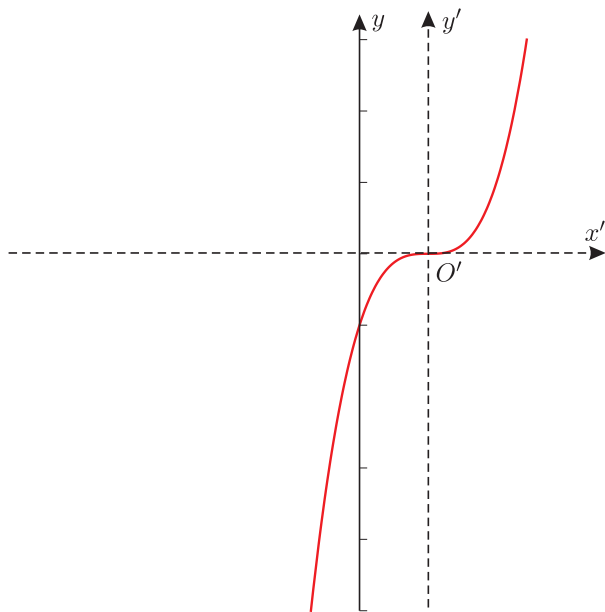


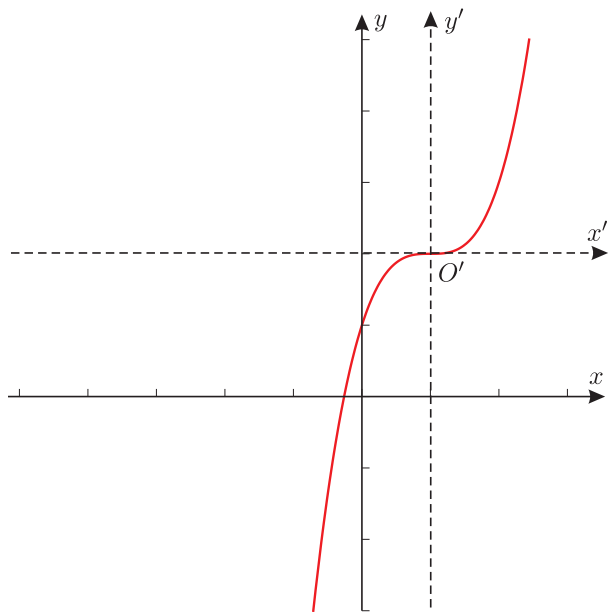


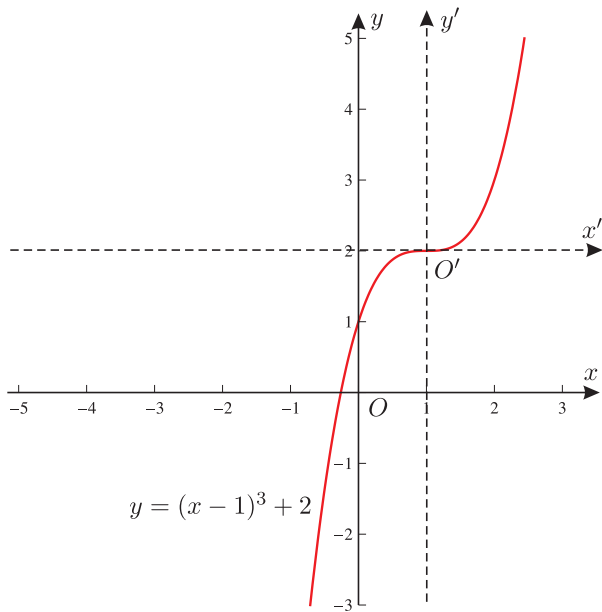
6. Funkcijas $y = (x - 1)^3 + 2$ grafiks











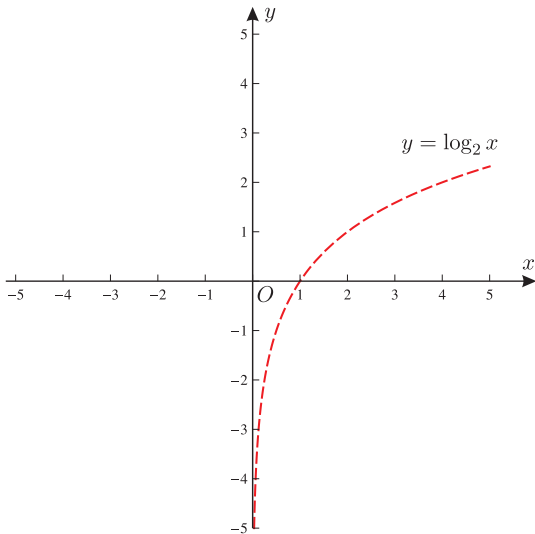
7. Grafika simetrija $y = f(-x)$

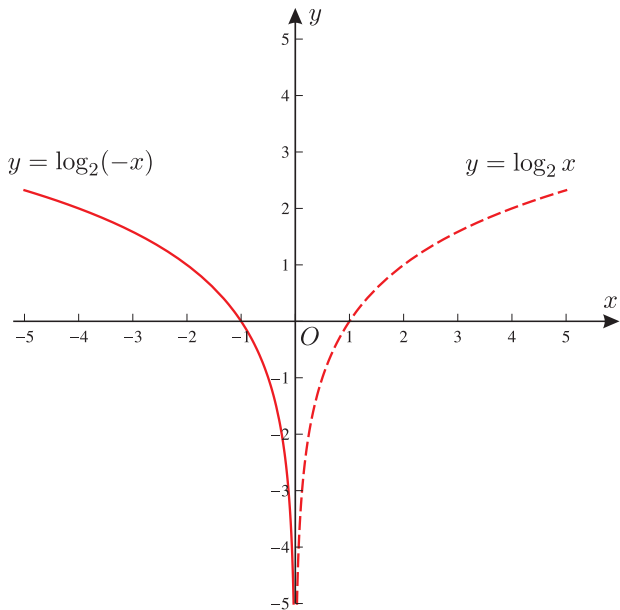
Funkcijas $y = f(-x)$ grafiks veidojas no funkcijas $y = f(x)$ grafika ar aksiālās simetrijas palīdzību attiecībā pret Oy asi.

Konstruēšanas algoritms:

1. koordinātu sistēmā Oxy konstruēt funkcijas $y = f(x)$ grafiku;
2. iegūto grafiku simetriski attēlot attiecībā pret Oy asi.

8. Funkcijas $y = \log_2(-x)$ grafiks





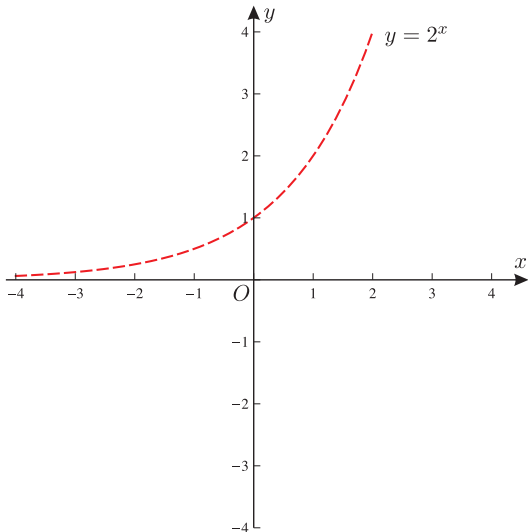
9. Grafika simetrija $y = -f(x)$

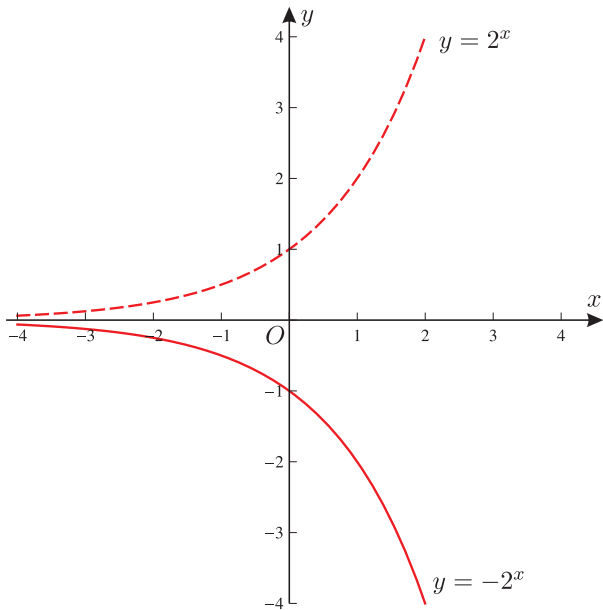
Funkcijas $y = -f(x)$ grafiks veidojas no funkcijas $y = f(x)$ grafika ar aksiālās simetrijas palīdzību attiecībā pret Ox asi.

Konstruēšanas algoritms:

1. koordinātu sistēmā Oxy konstruēt funkcijas $y = f(x)$ grafiku;
2. iegūto grafiku simetriski attēlot attiecībā pret Ox asi.

10. Funkcijas $y = -2^x$ grafiks





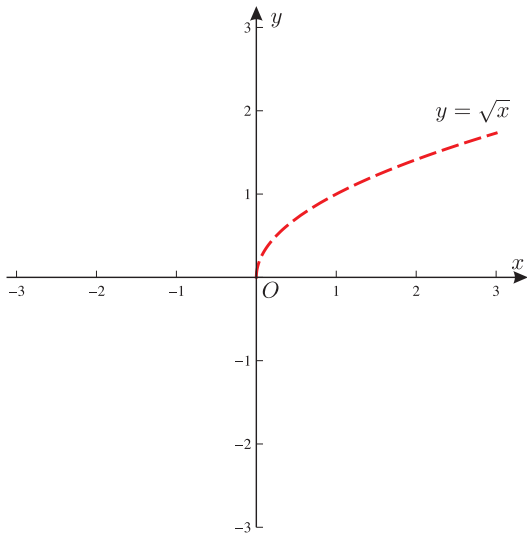
11. Grafika simetrija $y = -f(-x)$

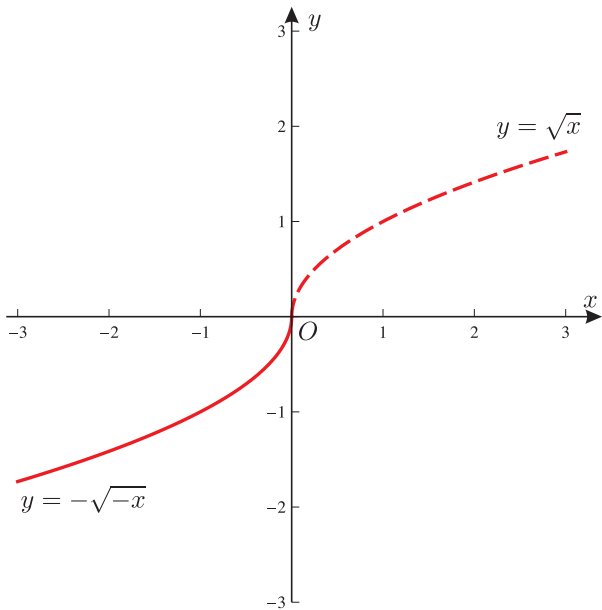
Funkcijas $y = -f(-x)$ grafiks veidojas no funkcijas $y = f(x)$ grafika ar centrālās simetrijas palīdzību attiecībā koordinātu sākumpunktu $O(0; 0)$.

Konstruēšanas algoritms:

1. koordinātu sistēmā Oxy konstruēt funkcijas $y = f(x)$ grafiku;
2. iegūto grafiku simetriski attēlot attiecībā pret punktu $O(0; 0)$.

12. Funkcijas $y = -\sqrt{-x}$ grafiks





13. Grafika daļējā simetrija $y = |f(x)|$

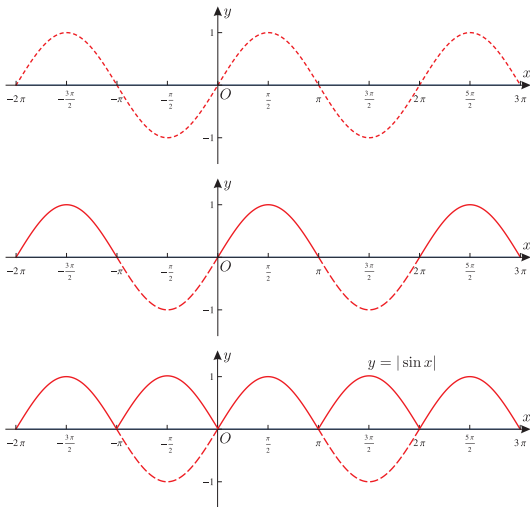
$$|f(x)| = \begin{cases} f(x), & \text{ja } f(x) \geq 0, \\ -f(x), & \text{ja } f(x) < 0. \end{cases}$$

Funkcijas $y = |f(x)|$ grafiks veidojas no funkcijas $y = f(x)$ grafika daļas, kur $f(x) < 0$, simetriski attēlojot to attiecībā pret Ox asi; tā funkcijas $y = f(x)$ daļa, kur $f(x) \geq 0$, sakrīt ar atbilstošo funkcijas $y = |f(x)|$ grafika daļu.

Konstruēšanas algoritms:

1. konstruēt funkcijas $y = f(x)$ grafiku;
2. atstāt bez izmaiņām konstruētā grafika daļu, kas atrodas virs Ox ass;
3. konstruētā grafika daļu, kas atrodas zem Ox ass, simetriski attēlot attiecībā pret Ox asi.

14. Funkcijas $y = |\sin x|$ grafiks



15. Grafika daļējā simetrija $y = f(|x|)$

Tā kā

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{ja } x \geq 0, \\ -x, & \text{ja } x < 0, \end{cases}$$

tad

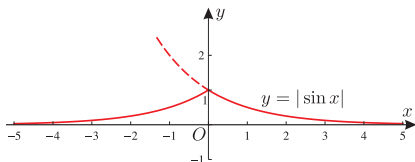
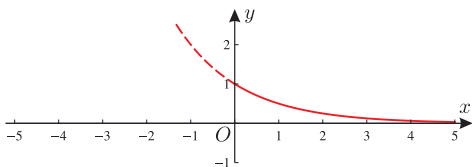
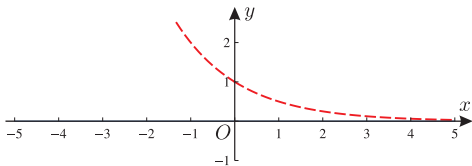
$$f(|x|) = \begin{cases} f(x), & \text{ja } f(x) \geq 0, \\ f(-x), & \text{ja } f(x) < 0. \end{cases}$$

Funkcijas $y = f(|x|)$ grafiks veidojas no funkcijas $y = f(x)$ grafika daļas, kur $x \geq 0$, to simetriski attēlojot attiecībā pret Oy asi.

Konstruēšanas algoritms:

1. konstruēt funkcijas $y = f(x)$ grafiku;
2. atstāt bez izmaiņām konstruētā grafika daļu, kas atrodas pa labi no Oy ass;
3. iegūto grafika daļu (labajā pusplaknē), simetriski attēlot attiecībā pret Oy asi.

16. Funkcijas $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{|x|}$ grafiks



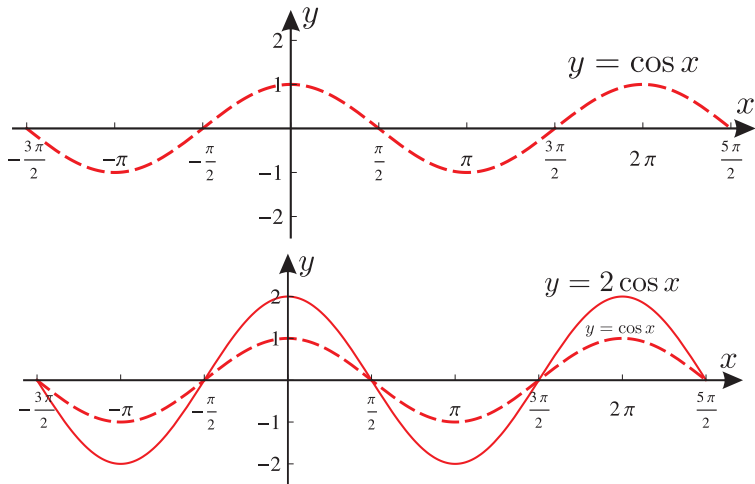
17. Grafika deformācija $y = kf(x)$ ($k > 0$)

Funkcijas $y = kf(x)$ grafiks veidojas no funkcijas $y = f(x)$ grafika ar šī grafika izstiepšanu Oy ass virzienā k reizes, ja $k > 1$, vai grafika saspiešanu $\frac{1}{k}$ reizes, ja $0 < k < 1$.

Konstruēšanas algoritms:

1. konstruēt funkcijas $y = f(x)$ grafiku;
2. iegūtā grafika katra punkta attālumu līdz Ox asij
 - palielinām k reizes, ja $k > 1$;
 - samazinām $\frac{1}{k}$ reizes, ja $0 < k < 1$.

18. Funkcijas $y = 2 \cos x$ grafiks



19. Grafika deformācija $y = f(px)$ ($p > 0$)

Funkcijas $y = f(px)$ grafiks veidojas no funkcijas $y = f(x)$ grafika ar šī grafika saspiešanu Ox ass virzienā p reizes, ja $p > 1$, vai grafika izstiepšanu $\frac{1}{p}$ reizes, ja $0 < p < 1$.

Konstruēšanas algoritms:

1. konstruēt funkcijas $y = f(x)$ grafiku;
2. iegūtā grafika katra punkta attālumu līdz Oy asij
 - samazināmp p reizes, ja $p > 1$;
 - palielināmp $\frac{1}{p}$ reizes, ja $0 < p < 1$.

20. Funkcijas $y = \sin \frac{x}{2}$ grafiks

