Jānis Mencis

Matemātika kā vērtība un matemātika kā līdzeklis

Materiāls izstrādāts
ESF Darbības programmas 2007. - 2013.gadam „Cilvēkresursi un nodarbinātība"
prioritātes 1.2. „Izglītība un prasmes"
pasākuma 1.2.1.„Profesionālās izglītības un vispārējo prasmju attīstība"
aktivitātes 1.2.1.2. „Vispārējo zināšanu un prasmju uzlabošana"
apakšaktivitātes 1.2.1.1.2. „Profesionālajā izglītībā iesaistīto pedagogu kompetences paaugstināšana"
Latvijas Universitātes realizētā projekta
„Profesionālajā izglītībā iesaistīto vispārizglītojošo mācību priekšmetu pedagogu kompetences paaugstināšana"
(Vienošanās Nr.2009/0274/1DP/1.2.1.1.2/09/IPIA/VIAA/003,
LU reģistrācijas Nr.ESS2009/88) īstenošanai.

Rīga, 2010

Mana matemātiskā izglītība – garants manam cilvēcīgumam

Temata plāns.

1. Mana matemātiskā izglītība – garants manam cilvēcīgumam.
2. Matemātika kā vērtība vēsturiskā aspektā.
3. Matemātika kā līdzeklis dažādu problēmu risināšanā.

Norādījumi un ieteikumi.

1) Temata pirmais punkts „Mana matemātiskā izglītība – garants manam cilvēcīgumam" dod iespēju organizēt diskusiju, izdalot katram skolēnam reālu jauniešu rakstītās domas un atziņas par diskutējamo jautājumu vai arī, iepazīstoties ar tām, veidot savu eseju par attiecīgo jautājumu. Protams, arī skolotājam būs interesanti uzzināt, ko tad īsti skolēni par viņu un matemātiku domā.

2) Temata otrais punkts sniedz ieskatu matemātikas vēsturē, kas ir cilvēces kultūras neatņemama sastāvdaļa, aplūkojot mazāk zināmus jautājumus. Noderīgs, attiecīgos tematus aplūkojot.

3) Temata trešajā punktā parādīts matemātikas lietojums dzīvē, kas nereti izraisa diskusijas un asu polemiku, netradicionālā skatījumā un doti 3 uzdevumi-situācijas, kas elementārā līmenī atsedz jautājuma būtību.

1.nodaļa
Mana matemātiskā izglītība – garants manam cilvēcīgumam

Matemātiska izglītība garants manai cilvēcībai

Jebkādu apspriešanu jāsāk ar jēdzienu definēšanu.
Cilvēcība ir morāliska kvalitāte, kas pauž humānisma principu, kas piemērots savstarpējām ikdienišķajām attiecībām.
Tad, jautājums "Vai es piekrītu šim apgalvojumam?" ir ekvivalents jautājumam «Vai man palīdz matemātiska izglītība attiecībās ar cilvēkiem?".
Teorētiski, matemātikas izglītība māca mums analizēt, domāt dažus gājienus uz priekšu un loģiski secināt, kas principā palīdz veidot attiecības ar cilvēkiem (komunicēt). Bet, kā rāda personīgā pieredze, pārmērīga vēlme sistematizēt un analizēt noved pie konfliktiem. Tāpēc, ka cilvēka apziņa un attiecības ir veidotas haotiski un tās nav jāsaprot, bet ir jāsajūt.

Mana matemātiskā izglītība, garants manam cilvēciskumam

Manuprāt, matemātika ir pamats visam. Tā ne tikai iemāca pamatzināšanas, bet galvenokārt iemāca loģiski spriest, pielietot un secināt. Svarīgi ir prast informāciju ne tikai atrast, bet izdomāt, kas tajā ir svarīgākais. Otra lieta, ko matemātika iemāca – jebkuru domu pamatot. Lai cilvēki piekristu kādai domai vai idejai tiem ir svarīgi pamatot, kāpēc man to vajag, kāds no tā labums? Ne mazāk būtiska lieta ir prast pierādīt. Tas ir svarīgi jebkuras savas idejas īstenošanai. Matemātika iemāca saskatīt sakarības un izmantot tās, lai varētu atvieglot pats sev dzīvi.
Ja esi iemācījies to visu, tad īstenībā daudz vieglāk iet arī citu priekšmetu apguve. Vēl, manuprāt, tā man ir iemācījusi nepadoties. Katru uzdevumu es mēģinu atrisināt līdz galam, lai pierādītu, galvenokārt sev, uz ko esmu spējīga. Tāpēc domāju, ka arī daļēji tādēļ esmu ļoti labs draugs, uz kuru var paļauties, jo palīdzēs gan ar idejām, gan atbalstu grūtā brīdī.

Mana matemātiskā izglītība -

„Kāpēc jāmācās matemātika jeb kāpēc pēc pavasara nāk vasara?”

Ja Jums, cienījamo lasītāj, viss jau kļuva skaidrs, tad varat nelasīt tālāk. Bet, ja vēlaties uzzināt, kā es, cenšoties atbildēt uz jautājumu – „ Kāpēc jāmācās matemātika?”- secināšu dīvainas lietas, tad droši varat lasīt tālāk.

Pats jautājums „Kāpēc jāmācās matemātikā” jau ir tik viltīgi formulēts (tā jautā mazi bērni, kas katrai mūsu atbildei pievieno drausmīgo „ kāpēc?”), ka , neskatoties kādus argumentus es minēšu, vienmēr var sekot – „kāpēc”, tā radot situāciju, kas galu galā noved pie jautājumiem par dzīves jēgu, pasaules uzbūvi un Dieva eksistenci (tāda tipa jautājumi ir visā pasaulē atzīti par visvairāk uzdotajiem). Vēl varu atzīmēt, ka par matemātikas apguves mērķiem, metodēm un nepieciešamību matemātiku arī mācīties ir uzrakstīts tik daudz, ka neko jaunu šajā rakstā pateikt nevaru. Bet tomēr....

1) matemātiku nav jāmācās, tāpat kā nav rītos jāceļas. Ja domājat, ka rītos nav jāceļas, tad Jums ir 100% taisnība, ka matemātiku nav jāmācās;
2) ja uzskatāt sevi par personu ārpus sabiedrības, tad arī varat nemācīties matemātiku un ,protams, varat nemācīties neko;
3) teorētiskā un lietišķā matemātika (un nepārprotami arī skolas matemātika) jālikvidē kā šķira, jāaizliedz ar likumu, jo tādējādi mēs pazaudēsim vienu no galvenajām objektīvās realitātes izziņas iespējām un ātri vien pielīdzināsimies mūsu mazajiem brāļiem, kuriem iespējams neklājas nemaz tik slikti.

Problēma ir nevis jautājumā „Kāpēc jāmācās?”, bet jautājumos, kas saistās ar skolu kā valsts sistēmas sastāvdaļu. Kādā situācijā mēs esam visiem ir skaidrs. Tāpēc skolotāja darbs jau kļūst par misiju, bet ne visi misionāra darbam ir gatavi. Viens standarts matemātikā visiem skolēniem arī neveicina uztvert matemātiku kā estētisku vērtību, nedod iespēju iemācīt tieši to, kas nepieciešams, lai matemātika kļūtu par skolēna sabiedroto dažādās dzīves situācijās. Sākumskolā vairums bērnu nosauc matemātiku par savu mīļāko mācību priekšmetu, bet kas notiek tālāk? Te jāatceras Dānijas izglītības ministra vārdi – „Matemātika ir skaista, bet kāpēc mēs to mācot bērniem darām briesmīgu?” Neaizmirsīsim arī to, ka izglītības sistēma pēc savas būtības ir ļoti konservatīva. Piemēram, ja būtu nolemts ko radikāli mainīt un matemātiku mācīt ar mūzikas palīdzību (kas nebūt nav aplami), tad kur mēs ņemtu katram skolēnam klavieres? Tāpēc daudzas lietas notiek tradīciju ietekmē, kas kaut kādā mērā tomēr garantē, ka no apmācāmā iznāks jēdzīgs sabiedrības loceklis.

Pozitīvas tendences, lai tas tā nenotiktu, vērojamas beidzamajās IZM un projekta DZM (dabaszinības un matemātika) aktivitātēs, kas rosina ne tikai apgūt formālo matemātiku, bet gan arī veidot skolēnos matemātisko izpratību. Novēlu, lai neviens no mums nenonāktu tāda tiesneša varā, kas spriestu tā – noziedznieks bija vatenī, personai X ir vatenis, tāpēc persona X ir noziedznieks.

Un, tad , kad Jūs kļūsiet par savu bērnu vecākiem, tad neaizmirstiet, ka Jūs varat tieši ietekmēt gan savas atvases, gan skolotāja darbu, palīdzot atrast bērnam ceļu kā mācīties ar prieku un ne tikai matemātiku.

Matemātiskā izglītība- garants manam cilvēcīgumam.

Kas ir cilvēcīgums? Katrai personai būs savs viedoklis, bet tomēr ideja būs līdzīga. Cilvēcīgums ir tad, ja kāds cilvēks ir labsirdīgs, līdzjūtīgs, saprotošs, izpalīdzīgs. Droši vien varētu minēt vēl daudzas īpašības, bet šīs man šķiet visraksturīgākās.

Tātad, kā matemātika mūs aizved līdz cilvēcīgumam? Pēc manām domām, matemātika ir tā zinātne, kura visvairāk attīsta loģisko domāšanu. Loģiskā domāšana un tās secinājumi ir tie, kas mūs padara cilvēcīgākus.

Līdzjūtība, sapratne, izpalīdzēšana.

Piemēram, agrāk gāju uz sporta treniņiem. Bieži bija traumas-gan lielas, gan mazas, bet izjutu uz savas ādas, kā tas ir, kad sāp un kā jutos tādā brīdī, ko vēlējos sagaidīt no citiem. Esmu ieguvusi savu pieredzi, izdzīvojusi pati, bet bez loģikas tas būtu tikai egoisms. Tagad redzot, kad kāds sasitas, tad mani spriedumi palīdz reaģēt-pieskrienu klāt, varbūt plāksteri piedāvāt, atbalstīt, parūpēties un līdzjūtīgu vārdu pateikt.

Izpalīdzēšana, labsirdība.

Tāpat agrāk daudz lietu nesapratu, kaut vai matemātikā. Vienmēr taču skolotāja nebūs blakus, lai palīdzētu saprast, un zinu, cik labi jutos, kad kāds vienaudzis atnāca un izpalīdzēja. Tagad, lai es varētu palīdzēt, man ir jāsaprot, ka kāds netiek galā, loģiski domājot, varu attiecīgi reaģēt.

Labsirdība.

Cilvēki vienmēr priecājas, kad ar tiem notiek labas lietas, piemēram, stipendijas iegūšana, paaugstinājums darbā, svētki, kaut vai paslavēšana un vēl daudz dažādas dzīves situācijas, kad cilvēks uz brīdi ir ļoti laimīgs. Šī laime izstāstot pārvēršas par divkāršu laimi. Un ir tik labi, ja blakus ir cilvēks, kurš par to priecājas tikpat ļoti. Šo zinot pēc savas pieredzes, saprotu, ka ir jāpaslavē skolēns, ja viņš pirmo reizi izpildījis mājas darbu (Nu ir!) kaut arī tur ir dažas kļūdas, bet tas atmaksājas. Prieks par kādu citu nekad nevar būt par daudz.Un to novērtē.

Citi varbūt domā: „nu un, tā loģiskā domāšana tikai skolā nepieciešama", bet izrādās arī dzīvē tā daudz var palīdzēt un likt mums būt labākiem. Esmu lepna, ka matemātika palīdz loģiskai domāšanai, jo kas var būt labāks par cilvēcīgumu.

Matemātiskā izglītība - nav garants manam cilvēcīgumam

Es uzskatu, ka matemātiskā izglītība nav garants cilvēcīgumam. Matemātika attīsta cilvēka loģisko domāšanu un paplašina zināšanas arī citās nozarēs, bet cilvēka cilvēcīgumu nosaka psiholoģiskā attīstība. Matemātikas klātbūtne attēlo to, cik veikli operē cilvēcīgums, bet matemātisko zināšanu attīstība neietekmē cilvēka mijiedarbību ar dabu un sev apkārt esošajiem. Labākajā gadījuma tas var būt starpnieks starp cilvēcīguma galvenajiem vadītājiem.

Cilvēcīgumu veido atklātība, emociju dabiskums, dzīvošana saskaņā ar sevi un adekvāta rīkošanās. Nemākot un nezinot matemātiku, cilvēks spēj tāds būt, tātad spēj būt cilvēcīgs.

Matemātiskā izglītība - garants manam cilvēcīgumam

Lai būtu konkurentspējīgs dzīvē, jāmācās visi mūžu. Matemātiskā izglītība ļauj cilvēkam iegūt paplašinātu redzesloku, un tad cilvēks var izmantot savas zināšanas vairākās nozarēs, ne tikai matemātikā.

Matemātika māca dzīvot. Mēs mācāmies analizēt, domāt vismaz par vienu soli uz priekšu. Tāpat sabiedrībā ar cilvēkiem mēs varam prognozēt (pieļaut), ko cilvēks izdarīs nākamajā soli.

Un es uzskatu, ka katram cilvēkam jāiegūst matemātiskā izglītība, vismaz vidusskolas līmenī.

Matemātiskā izglītība – garants manam cilvēcīgumam

Skolas matemātika iemāca darboties ar skaitļiem, risināt uzdevumus, saskatīt likumsakarības un izdarīt secinājumus. Plašākā skatījumā matemātika iemāca cilvēku domāt. Matemātikā tāpat, kā dzīvē uz katra soļa jārisina dažādas problēmas. Ja problēmu var atrisināt dažādos veidos vienlīdz labi, tad ātrākā metode noteikti ir labākā. Matemātiskā izglītība garantē, ka cilvēks ir spējīgs analizēt, novērtēt un izdarīt secinājumus jeb citiem vārdiem sakot – spējīgs domāt. Kas raksturo cilvēku? Viena no cilvēkiem raksturīgām īpašībām ir spēja pieņemt lēmumu, izvērtējot iespējamās sekas uz visām iesaistītajām pusēm, nevis pakļauties kādiem instinktiem. Tikai domājošs cilvēks ir spējīgs uz ko tādu – pieņemt lēmumu, kur kopējais labums būtu maksimāls, neizvirzot par prioritāti tikai savas intereses.

Bieži vien lietderīgi paskatīties uz situāciju arī no citas puses – daļai skolēnu matemātika ir bijusi un būs klupšanas akmens, jo šajā priekšmetā rezultātus iespējams gūt tikai ar izpratni, kuru var iegūt tikai tad, ja pats darbojas un aktīvi seko līdzi notiekošajam. Laikam neatradīsies neviens tāds, kurš ne reiz nebūtu ‘’ieskrējis strupceļā’’ – saskāries ar ideju trūkumu uzdevuma atrisināšanā. Kāds šeit sakars ar cilvēcīgumu? Grūtības norūda raksturu, bet arī iemāca, ka viens tu neesi nekas. Protams, var mēģināt ‘’tikt ārā no strupceļa’’ paša spēkiem, un , ja tas izdodas iegūtās iemaņas un pieredze ir neaizvietojama. Praksē gan tas mēdz būt ļoti laikietilpīgi, un nav nekādas garantijas, ka centieni vainagosies ar rezultātu. Daži skolēns šeit iemācās, ka dažkārt ir labi ‘’nolaisties no mākoņiem’’ un lūgt kolēģa vai skolotāja padomu problēmas risināšanā. Šeit skolēni dzīvē saskaras ar cilvēkiem raksturīgo īpašību –

izpalīdzību. Tieši izpalīdzība ir viena no svarīgākajām īpašībām, kas veido cilvēku. Tas, ko cilvēce ir sasniegusi savas garās attīstības ceļā, nebūtu iedomājams bez šīs brīnumainās īpašības.

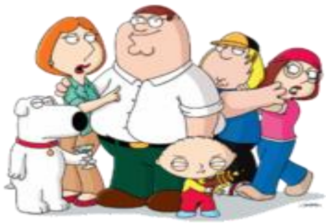
Nu jau divus gadus turpinot savu matemātisko izglītību, esmu gana labi iepazinis savus kursabiedrus, un, pēc manām domām, matemātiskā izglītība ir turpinājusi veidot viņu personības pozitīvu, domājošu, izpalīdzīgu un cilvēcisku personu gultnē. Protams, vērtēt sevi nav tik vienkārši, bet, manuprāt, arī man pašam matemātiskā izglītība ir palīdzējusi manas personības veidošanā.

Matemātiskā izglītība- garants manam cilvēcīgumam!

Es meitiņa kā rozīte,
Kā sarkana magonīte.
Dziedu, skreju, jautri smeju
Un pa starpai pamācos.

Pirmā gudrības un prasmes
Tētis, mamma lika saprast.
Rakstīt, krāsot, rēķināt
Man no bērna kājas tīk.

Tautā skaita viens, div, trīs,
Tad tā gudrība būs drīz.
Vecmāmiņa, mamma, tētis
Matemātika man daudz ko dos.



Skolas gadi jautri bija
Smiekli, prieki, bēdas lija.
Tad, kad nebij' jāmācās
Es ar bumbu spēlējos.

Tā tie gadi steidzas projām
Un es tik eju soļiem
Rīga aicina un sauc,
Matemātikā vel darāmā ir daudz!

Rīgā mācos trešo gadu
Solus deldēju un skaitu.
Vai tad tiešām notiks tas..?
Un es beigšu fizmatus!?

Matemātiska izglītība garants manai cilvēcīgumam

Pirms kā sākt pamatot šo apgalvojumu, mums ir jāatbild uz dažiem jautājumiem:

1. Kam piemīt cilvēcīgums?

Cilvēcīgums kā īpašība piemīt „īstam" cilvēkam.

2. Ko nozīmē būt par „īstu" cilvēku?

Cilvēks pēc būtības ir tāda būtne, kas nevar apstāties kaut kādā progresa stadijā. Cilvēks attīstās, un šai attīstībai nav gala.

3. Kāda loma cilvēka dzīvē ir matemātikai?

Matemātika kā zinātne ir ļoti plašs jēdziens. Cilvēkam nākas sastapties ar matemātiku visās savas dzīves sfērās, t.i.ar aritmētiku – sadzīvē, skaitot visādus priekšmetus (naudu u.c.), ar ģeometriju - veidojot dzīvei nepieciešamos apstākļus (būvējot ēkas u.c.). Matemātiku daudzi neuzskata pat par zinātni, jo priekšmetu, kuru pēta, nevar „pataustīt, pagaršot un paostīt" un uzskata to tikai par instrumentu citu zinātņu nozaru pētīšanai, bet citi uzskata pat par mākslu. Personīgi es uzskatu matemātiku par jebkuras tiešas zinātnes pamatu, jo bez matemātikas nevar pastāvēt nekādi aprēķini, bet tajā pašā laikā bez citām zinātnēm nevar pastāvēt pati matemātika, nebūs, ko pētīt.

No tā var secināt, ka bez matemātikas nevar pastāvēt cilvēce, bez cilvēces nevar pastāvēt cilvēks un, ja nebūs cilvēku, nebūs kam būt cilvēcīgam. Tātad, tomēr, matemātiskā izglītība ir garants manam cilvēcīgumam.

Matemātiskā izglītība – garants manam cilvēcīgumam

Aforismi:

Cilvēcība – tā ir apjēgta sajūta, tikai audzināšana to attīsta un nostiprina. (Helvēcijs)

Skaisti ir tur, kur valda cilvēcība. Kur gudrību rast, ja ne tur, kur tā mājo. (Konfūcijs)

Tautai cilvēcība ir vairāk nepieciešama par uguni un ūdeni. Esmu redzējis, kā gājuši bojā no uguns un ūdens, bet neesmu redzējis, ka kāds būtu gājis bojā no cilvēcības. (Konfūcijs)

Nav iespējams būt taisnīgam, neesot cilvēcīgam. (Vovenargs)

Vieglāk ir mīlēt cilvēci nekā palīdzēt kaimiņam .... Nav iespējams audzināt cilvēciskumu, ja sirdī nav nostiprinājusies pieķeršanās tuvam, dārgam cilvēkam. (Suhomļinskis)

Cilvēki, esiet cilvēcīgi! Tas ir jūsu pirmais pienākums. (Ruso)

Kas cilvēcības pilns, tas vienmēr drošsirdīgs, bet ne vienmēr cilvēcības pilns ir tas, kas drošsirdīgs. (Konfūcijs)

Ja cilvēks ir ciets, apņēmīgs, pieticīgs un skops vārdos, tad viņš jau nonācis tuvu cilvēcībai. (Konfūcijs)

Pārvarēt sevi tādu, kāds esi, un veidot sevi tādu, kādam ir jābūt - lūk, cilvēcības būtība. Būt vai nebūt cilvēcīgam - ir atkarīgs tikai no katra paša. (Konfūcijs)

Izrakstīju šos aforismus, jo tie lika aizdomāties par to, kāds ir cilvēcīgs cilvēks, kādas īpašības viņam piemīt, kā rodas cilvēkmīlestība.
Manuprāt, cilvēcība ir tā īpašība, kura tiek dota no dzimšanas un audzināšana un apkārtējā vide to vai nu attīsta, stimulē pozitīvu izaugsmi, vai arī bremzē un paslēpj kaut kur dziļi, dziļi – cilvēka vistālākajā sirdsapziņas nostūrī.
Visus bērnības gadus, augot un attīstoties, cilvēks ļoti aktīvi novēro un pārbauda apkārtējo pasauli un sabiedrību ap sevi. Bērns ir kā "sūklītis", kas uzsūc visu, ko vien var – gan labo, gan ļauno. Tādēļ no apkārtējiem, it īpaši no vistuvākajiem cilvēkiem – ģimenes – ir atkarīgs, cik daudz ļaunuma un cik daudz labsirdības topošais pieaugušais cilvēks sevī uzsūks.
Paiet pirmie seši mazā cilvēka dzīves gadi un nu viņš kļūst par skolēnu un katru dienu ar patīkamām vai ne tik labām sajūtām dodas uz skolu, kur viņu sagaida jauni atklājumi, gan fiziskajā, gan psiholoģiskajā pasaules izzināšanā. Diemžēl ļoti bieži bērns skolā redz vai pat uz savas ādas izbauda gan fizisko, gan morālo pazemošanu – mobingu. Tas diezin vai stimulē viņā pareizo attieksmi pret apkārtējiem cilvēkiem, vienaudžiem. Manuprāt, ļoti svarīga loma šajā periodā ir gan ģimenei, gan skolotājiem. Ļoti uzmanīgi jāseko līdzi bērna uzvedības izmaiņām, jācenšas nepalaist garām brīdi, kad visu vēl var labot, izrunāties, atbalstīt. Ja bērns ilgstoši nesaņems atbalstu no līdzcilvēkiem, viņš meklēs šo atbalstu citur, visbiežāk nepareizajās vietās.

Šīm skolēnu savstarpējām attiecībām no pirmās klases līdzi nāk visjaukākais mācību priekšmets – matemātika. Šis priekšmets attīsta bērna loģisko domāšanu, situāciju analīzi. Vai šis mācību priekšmets garantē to, ka visi skolēni, kas bijuši uzmanīgi un vērīgi stundās, apzinīgi pildījuši mājasdarbus un patiesi attīstījuši savu matemātisko domāšanu, būs cilvēcīgi pret apkārtējiem, palīdzēs un cienīs vecākus cilvēkus, būs laipni izpalīdzīgi un līdzjūtīgi? Es tam negribētu piekrist. Manuprāt, nevis matemātika vai kāds cits mācību priekšmets vai zinātne palīdz indivīda cilvēcīguma attīstībai, bet gan, piemēram, skolotājs, kurš var pastiprināt bērnā ticību labajam. Tāpēc skolotāja profesija ir ļoti atbildīga. Skolotājam ir jārāda labs piemērs saviem audzēkņiem.

Matemātika cilvēku māca domāt racionāli, analizēt, izvērtēt, pārdomāt, sistematizēt. Bet cilvēcīgums ir tikumiska īpašība, kas ir saistīta ar cilvēku savstarpējām attiecībām. Tā sevī ietver laipnību, līdzcietību, atbalstīšanu dažādās dzīves situācijās. Dažkārt cilvēks, kas pārņemts ar matemātiku, dažādām idejām, pierādījumiem utt., nepamana līdzcilvēku bēdas, aizvainojumu, skumjas un palaiž garām to brīdi, kad draugam, līdzcilvēkam ir nepieciešams atbalsts, ne tikai atbalsts darbos, bet arī – pareizajos vārdos. Nevarētu teikt, ka šāds cilvēks nav cilvēcīgs, tikai dotajā situācijā nav laicīgi izrādījis savu cilvēcīgumu.

Es gribētu pievērst uzmanību Suhomļinska izteikumam. Tik tiešām, ir cilvēki, kas "jūt līdzi" cilvēcei kopumā, vai kādā traģēdijā cietušajiem, bet tad, kad savi vārdi jāparāda darbos, kad viņu palīdzība (jebkāda palīdzība, arī morāls atbalsts) ir nepieciešama tuviem cilvēkiem tad lielākoties šādi cilvēki atrod jebkādu iemeslu, lai tikai attaisnotu savu nolaidību, nevēlēšanos palīdzēt un atbalstīt. Vai šāds cilvēks ir cilvēcīgs? Manuprāt, nav gan.

Nobeigumā gribu izteikt vēlējumu, lai pasaulē valdītu cilvēcīgums, lai būtu pēc iespējas vairāk labestības. Ja vismaz vienam no maniem skolēniem savas cilvēcības attīstīšanā palīdzēšu es (vai varbūt matemātika), būšu ļoti iepriecināta, jo tas nozīmēs, ka mans darbs nebūs bijis veltīgs.

Matemātiskā izglītība - garants manam cilvēcīgumam

Mūsu senči vēl „tikai" pirms dažiem tūkstošiem gadu (ja salīdzina ar zemes izcelsmi, tad tas ir pavisam niecīga daļa no procenta) tādu jēdzienu kā „izglītība" nepazina. Tas būtu saprotami, jo tajos laikos dominēja tavs kāju ātrums un roku spēks. Laikam ritot, izglītības svaru kauss kļuva arvien smagāks, protams, arī matemātikas, zinātnes nozīmīgākā instrumenta, pieaugošais svars deva savu artavu. Mūsdienās matemātiskā izglītība ir un tai arī ir jābūt par vienu no manas dzīves prioritātēm.

Ko tad īsti nozīmē „cilvēcīgums"? Vai tā ir spēja pakļauties kaut kādām normām un noteikumiem, spēja pielāgoties, saprast citus sev līdzīgos? Jā, tā tas varētu būt. Jau no laika gala notiek nemitīgas pārmaiņas, nav zināms, kurā virzienā tās, jo tas arī ir relatīvi-viss atkarīgs no novērotāja. Pieņemsim, ka es eju kopsolī ar vairākumu cilvēku. Viduslaikos (ap 14.-17.g.s.) notika aktīvas raganu un citu ķeceru medības. Nav noslēpums, ka pa medījumu kļuva arī zinātnes (arī matemātikas) pārstāvji, jo tie atšķīrās no „pelēkās masas". Tad ko šajā gadījumā nozīmē būt cilvēcīgam? Manuprāt, tā ir iespējama ar abu (visu) iesaistīto pušu spēju un gribu saprast citādi domājošos un varbūt pat atrast kompromisu.

Matemātikas attīstība līdz 19.g.s. stipri līdzinājās taisnei, taču pēdējo divu gadsimtu laikā tās attīstība eksponenciāli ļoti strauji augusi, kas saistāms ar visu dabaszinātņu attīstību. Arī izglītība kļuva pieejama arvien vairāk cilvēkiem, pieauga tās nozīme sabiedrībā. Matemātika, šis svarīgais, taču faktiski ļoti abstraktais ierocis, ir kļuvis par pamatu dabaszinātnēm, par pamatu cilvēkiem un visam mums apkārt. Tāpēc man ir svarīgi mācīties, izkopt un pielietot to dzīvē tā darot labumu cilvēcei.

Cilvēks ir sociāla būtne, mēs sekojam gan sabiedrības uzliktajiem noteikumiem un uzskatiem. Es atbalstu domu, ka matemātiskā izglītība ir garants manam cilvēcīgumam. Kā teicis S.Vrubļevskis: „Ja tev grūti uzreiz izprast visu bezgalību, pacenties izprast vismaz pusi no tās". Līdzīgi ir ar mani, es cenšos izprast matemātiku un celt cilvēcīguma piramīdu!

Matemātiskā izglītība – garants manam cilvēcīgumam

Lai spriestu, kas garantē ikvienam cilvēkam cilvēcīgumu, jāsaprot vārda „cilvēcīgums" būtība. Jāsaprot, ko nozīmē „ būt cilvēcīgam", „rīkoties cilvēcīgi". Latviešu valodas skaidrojošā vārdnīcā rakstīts, ka cilvēcīgs ir tāds cilvēks, kurš izturas pret citiem ar cieņu un atsaucību, tāds, kurā izpaužas šīs īpašības: rīkoties cilvēcīgi, cilvēcīga izturēšanās un attieksme. Tas nozīmē, ka cilvēcīgums izpaužas kā cieņa pret citiem, spējas būt atsaucīgam un izpalīdzīgam, spēja nešķirot cilvēkus bagātos un nabagos, bet gan analizēt cilvēku darbību un tikai tad spriest par viņiem.

Zinot, ko nozīmē „cilvēcīgums", var secināt, kas tieši garantē to. Manuprāt, tā ir izglītība, jo izglītība ir audzināšana. Cilvēks, kad izglītojas, audzina pats sevi. Tādēļ nav iespējams piespiest cilvēku izglītoties, ja viņš to nevēlās. Skolotāji, tāpat arī vecāki, kuri, manuprāt, ir svarīgākie skolotāji cilvēka dzīvē, var tikai palīdzēt, atbalstīt skolnieku, kad viņš sevi audzina.

Pēc manām domām, tieši matemātiskā izglītība ir garants manam cilvēcīgumam. Mācoties matemātiku, es attīstu spējas analizēt konkrētu situāciju, secināt, spriest loģiski. Manuprāt, tieši matemātiskā izglītība palīdz sakārtot domas. Matemātika nav tikai skaitļi un darbības ar tiem, sarežģītas formulas, teorēmas ar gariem pierādījumiem. Mans vidusskolas matemātikas skolotājs teica: „ Matemātika ir dzīve!" laikam tikai tagad saprotu šī teiciena būtību. Ar matemātikas palīdzību mēs iemācāmies ne tikai rēķināt, bet arī domāt, analizēt, spriest, kas dzīvē ir svarīgi, paplašinām redzesloku. Matemātika māca arī kārtībai: kārtība darbos, kārtība domās. Līdz ar to cilvēki, kuri ir studējuši matemātiku, neseko akli pakaļ citiem, bet izvērtē situāciju un pieņem savu lēmumu, kā pareizi rīkoties. Tas, manuprāt, arī nozīmē, ka cilvēks rīkojas cilvēcīgi.

2. nodaļa
Matemātika kā vērtība vēsturiskā aspektā

1.Hilberta problēmas

Savas slavenās runas ievadā Hilberts runāja par to, kādi, viņaprāt, ir labi uzdevumi matemātikā. Matemātikas uzdevumam jābūt pietiekami saprotamam, lai tas neiebiedētu potenciālos risinātājus. Par labu piemēru viņš minēja Fermā pēdējo problēmu, kuru risinot Kummers ieviesa jēdzienus, kurus Dedekinds izmantoja un uzlaboja, līdz tie kļuva par nopietnu stūrakmeni skaitļu teorijā. Par vēl vienu piemēru Hilberts piedāvāja trīs ķermeņu kustības problēmu, kuru risinot Puankarē lika pamatus haosa teorijai. Šie piemēri labi ilustrēja to, ka noderīgas problēmas var rasties gan kā pilnīgi abstrakts matemātikas vingrinājums, gan kā tīri praktisku zinātņu (šajā gadījumā - astronomijas) uzdevumi.

Hilberts runā arī par atrisinājumiem, kuriem jābūt precīziem, loģiskiem. Bez tam Hilberts uzskata, ka precizitāte un rūpība nesarežģī pierādījumus, tieši otrādi, liek atrast vienkāršākas un skaidrākas pierādījumu metodes. Viņš arī saka, ka risinājumi, kas izmanto tikai analīzi un algebru, nav vienīgie iespējamie, ka risinot problēmas der atcerēties arī idejas no ģeometrijas, mehānikas un fizikas.

Problēmu risināšanai Hilberts iesaka gan paskatīties vispārīgāk uz kādu jautājumu, gan mēģināt risināt šaurākas problēmas, par doto. Un ja ne tā, ne tā, tad varbūt mēģināt pierādīt atrisinājuma neiespējamību. Viņš min, ka šī pārliecība, ka katrai matemātiskai problēmai ir droša atbilde – vai nu risinājums, vai pierādījums, ka tā nav atrisināma, ir spēcīga motivācija risinātājiem. Piemēram, kad neizdevās uzkonstruēt mūžīgo dzinēju, tam tika atrasts skaidrojums – termodinamikas likums fizikā.

Hilberts nobeidz ievadu apgalvojot, ka matemātikā problēmas nekad neizbeigsies, un tiklīdz kāda tiek atrisināta, jaunas rodas vietā. Tad viņš sāk izklāstīt savas 23. problēmas.10 no Hilberta piedāvātajām problēmām ir atrisinātas. Visvēlāk atrisinātā problēma ir 18., kura patiesībā sastāvēja no 3 jautājumiem. Pēdējais no tiem, par blīvāko ložu izkārtojumu, atbildēts 1998. gadā izmantojot datora palīdzību.

Visātrāk atrisinātā ir 3. problēma par tetraedru vienādību. Ja ir doti divi tetraedri ar vienādiem tilpumiem, vai ir iespējams „sagriezt" pirmo gabaliņos, un „salikt" otro? Ja izrādītos, ka nē, tad tas nozīmētu, ka tetraedru tilpumu formulai nav vienkāršāka pierādījuma, tikai jau zināmie, kas izmanto analīzes metodes. Hilberta skolnieks Maks Dēns pierādīja, ka atbilde ir „nē" vēl 1900. gadā uzkonstruējot pretpiemēru. Šis ir viens no pierādījumiem, kuros tiek izmantota abstraktā algebra, lai pierādītu kādu neiespējamības rezultātu ģeometrijā. 8. no šīm problēmām ir atrisinātas vai nu daļēji, vai ir pārāk plašas, lai varētu noteikt, vai ir atrisinātas. Viena tāda ir, piemēram, 4. problēma: taisna līnija kā īsākais ceļš starp diviem punktiem. Pamainot Eiklīda ģeometrijas aksiomas, tiek iegūtas citas ģeometrijas, piemēram, Lobačevska, Rīmana. Hilbertam šķita, ka vajadzētu konstruēt un sistematizēt ģeometrijas pēc vairākiem kritērijiem. Georgs Hamels 1901. gadā Hilberta vadībā aizstāvēja doktora disertāciju par šo tēmu. Tomēr problēma tiek uzskatīta par pārāk vispārīgi formulētu, lai varētu atbildēt, vai tā ir atrisināta, vai nē.

Pagaidām neatrisināta ir, piemēram, 1. problēma: Kantora kardinālā skaitļa problēma nepārtrauktībai. Tad, ja kādām divām kopām pastāv bijekcija (viens pret viens atbilstība), tad saka, ka šīm kopām ir vienāds kardinālais skaitlis jeb kardinalitāte. Kantors izvirzīja hipotēzi, ka bezgalīgām kopām var būt tikai viens no diviem kardināla skaitļiem – vai nu tāds pats, kā naturāliem skaitļiem, vai tāds pats, kā reāliem skaitļiem. Viņa hipotēze skan tā: Nav tādas kopas, kuras kardinalitāte būtu starp veselo skaitļu kardinalitāti un reālo skaitļu kardinalitāti.
1940. gadā Kurts Gēdels pierādīja, ka izmantojot šobrīd plašāk pieņemto aksiomu sistēmu (Zernello-Frankeļa aksiomas un izvēles aksioma), nav iespējams apgāzt šo hipotēzi. 1963. gadā Pols Koens pierādīja, ka izmantojot tās pašas aksiomas, šo hipotēzi nevar arī pierādīt. Līdz ar to šī problēma pagaidām nav atrisināma.

Ļoti viltīga ir 2. problēma par aritmētikas aksiomu savietojamību. Šīs problēmas mērķis ir atrast pierādījumu, ka no aksiomām, ko tagad sauc par Peāno aksiomām, nav iespējams loģiskā ceļā iegūt pretrunīgus faktus.
Vēl joprojām nav vienotības viedokļos par to, vai Gēdelis un Gentzens nav atrisinājuši šo problēmu. 1931. gadā Kurts Gēdelis pierādīja otro nepabeigtības teorēmu, kas parāda, ka aksiomu savietojamību nav iespējams pierādīt to definētās aritmētikas ietvaros. Gerhards Genzens 1936. gadā pierādīja, ka aritmētikas nepretrunība seko no tai labi piekārtota ordināļa.

Vēl viena problēma, par kuras atrisinājumu var diskutēt ir 5. problēma: Lī grupas bez to definējošo funkciju nepārtrauktības. Kas no Lī piedāvātā transformāciju grupu jēdziena ir spēkā arī gadījumā, ja transformāciju grupas nav atvasināmas? Lī grupas apraksta nepārtrauktas simetrijas un matemātikā tās ir kļuvušas svarīgākas, kā arī atstājušas ietekmi uz teorētisko fiziku.
Šīs problēmas formulējumu arī var saprast dažādi, un atkarībā no tā, tā vai nu jau ir atrisināta ’50. gados, vai vēl nav atrisināta.

Atlikušās 5. problēmas tā arī nav atrisinātas. Viena no tādām ir, piemēram, 6. problēma: matemātiska attieksme pret fizikas aksiomām. Izveidot aksiomu sistēmas tām dabaszinībām, kurās jau ir liela matemātikas ietekme. It īpaši varbūtību teoriju, mehāniku, arī kinētiku. Varbūtību teorijai aksiomas ir radījis Andrejs Kolmogorovs 30. gados. Kad šī problēma tika formulēta, Hilberts nevarēja paredzēt tādus fizikas pavērsienus kā kvantu teorija un relativitātes teorija. Klasiskākās fizikas nozarēs Hilberts pats ir darbojies ar aksiomu formulēšanu, bet šī problēma joprojām ir neatrisināta.

Literatūra:
[1] http://aleph0.clarku.edu/~djoyce/hilbert/problems.html
[2] http://en.wikipedia.org/wiki/Hilbert's_problems
[3] http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Hamel.html

2. Par svārsta pulksteni

Visi fizikālie procesi norisinās noteiktu laiku, un svarīgi ir pēc iespējas precīzāk to izmērīt. Bez pulksteņiem, kuriem jānodrošina vienmērīgs gājums, šeit neiztikt. Taču no Saules, smilšu, ūdens un atsperes pulksteņiem līdz svārsta pulkstenim nācās noiet garu atklājumu un izgudrojumu ceļu.

1589.gadā itāļu zinātnieks Galileo Galilejs (1564- 1642), stāvēdams dievkalpojumā Pizas katedrālē, pievērsa uzmanību griestos piekārtajām daudzžuburu svečturim. Gaisa plūsma katedrālē to iešūpoja, un zinātnieks ievēroja, ka, neskatoties uz svečtura atvēzienu, pilns svārstību periods paliek nemainīgs. Vēlāk Galilejam radās doma izmantot šo īpašību laika mērīšanā, un 1636. gadā jūnijā viņš ziņo, ka ir savienojis svārstību ar svārstību skaitītāju. Gadu pirms nāves Galilejs mēģina realizēt savu svārsta pulksteņa ideju, taču daļēji zudusī redze traucē smalkā darba izpildi. Sirmais zinātnieks paspēja izgatavot vien tikai enkura mehānismu šādam pulkstenim.

Pie tādas pašas idejas neatkarīgi no Galileja 1655. gadā nonāca nīderlandietis Kristiāns Heigenss (1629-1695). Viņš 1657. gada sākumā raksta: „Šajās dienās es atradu jaunu pulksteņa konstrukciju. Ar to paveras iespēja izmērīt laiku tik precīzi, ka to var izmantot ģeogrāfiskā garuma noteikšanai, kaut arī pulkstenis būtu jāved pa jūru.” Tā paša gada vasarā Heigenss saņem īpašu dokumentu, kas apliecina šo izgudrojumu.

Heigensa pulksteņos pirmo reizi automātiski tika noteikts brīdis, kad mehānismam nepieciešams pievadīt papildu enerģiju. Pie tam, tas notika, nepārtraucot pulksteņa gaitu. To paveica jau Galileja ieteiktais enkura mehānisms.

Pēc pirmo pulksteņu izgatavošanas Heigenss atklāja, ka Galilejs ir kļūdījies, teikdams, ka svārstību amplitūda neiespaido svārstību periodu. Ja vien sirmais itālis ar saviem palīgiem mēģinājumos būtu auklās iekārtu dažādu izmēru svina ložu atvēcienu tuvinājis kaut *60°*, tad acīmredzami būtu konstatējis, ka tā gluži nav. Svārstību periods nav atkarīgs no svārsta atvēziena tikai tad, ja tas nav liels, kā tas pulksteņos parasti notiek. Vēlāk, kad radās plaša fizikas joma- svārstību teorija, Heigensa novērojumi apstiprinājās aprēķinos.

Svārstībās iegūtās funkcijas ir trigonometriskās funkcijas, kuras izmanto matemātikā. Uzzīmējot šo trigonometrisko funkciju grafiku, fizikā ir iespējams noteikt svārstību amplitūdu, periodu. Ir iespējams aprēķināt svārstību frekvenci, leņķisko frekvenci, svārsta novirzes leņķi, svārsta diega garumu.

3. Nulle

Ne vienmēr nulle ir nekas. Ja nulli pieraksta skaitļa beigas, tad skaitlis palielinās 10 reižu. Tas ir tāpēc, ka mēs lietojam "pozicionālo skaitīšanas sistēmu", kura cipara pozīcija (atrašanās vieta) nosaka vērtību. Piemēram, skaitlis 123 nozīmē, ka tajā ir viens simts, divi desmiti un 3 vieni. Nulle norāda, ka kādas skaitīšanas vienības nav. Pretējā gadījuma mēs nevarētu atšķirt skaitli 11 no 101.
Lai gan nulli izgudroja aptuveni pirms 1500 gadiem, tā joprojām izraisa galvasspāpes. Kad 1999. gada 31. decembri tika svinēta Jaunā gada iestāšanās, daudzi uzskatīja, ka svin jaunā gadsimta sākšanos. Taču gadu skaitīšana netika uzsākta ar nulles gadu, bet ar 1. gadu, tāpēc šīs svinības notiek gadu ātrāk. Jaunā simtgade un 21.gadsmimts patiesība sākas 2001. gada 1. janvārī, nevis 2000. gada 1. janvārī.
2000. g.pm.ē. Pirms 4000 gadiem babilonieši attēloja nulles kā nelielas atstarpes starp ķīļraksta simboliem māla plāksnītēs, taču viņi neuzskatīja, ka šīs atstarpes apzīmē kādu ciparu.
350.g.p.m.ē. Senie grieķi bija izcili matemātikai, taču viņi ienīda domu par nulli. Grieķu filozofs Aristotelis reiz teicis, ka nulli vajadzētu aizliegt ar likumu, jo tā radīja sajukumu darbībās, ja mēģināja dalīt ar to.
1.g.m.ē. Romieši neizmantoja nulli, jo viņu saskaitīšanas sistēmā tā nebija nepieciešama. Galu galā – ja nav, ko skaitīt, tad kāpēc tam nepieciešams ieviest skaitli? (Dažiem cilvēkiem bezjēdzīgs likās arī skaitlis 1, jo par lietu skaitīšanu taču var runāt tikai tad, ja lietu ir vairāk nekā viens). Pat ja romiešiem būtu izdevies ieviest nulli, tā nekādi nebūtu iekļāvusies viņu neērtajā skaitīšanas sistēma, kura tika izmantoti gari burtu saraksti, piemēram MMCCXVCXIII.
600.g.m.ē. Indiešu matemātiķi izgudroja mūsdienu lietoto nulli. Indiešu skaitīšanas sistēma cipara vieta skaitļa pierakstā norāda skaitīšanas vienību lielumu, bet cipars – šo vienību skaitu. Ja kādas vienības nebija, to attēloja ar punktu vai riņķa līniju. Kāpēc tieši riņķi? Tāpēc, ka indieši, lai veiktu dažādas darbības smiltis, izmantoja oļus un tukšajā vietā, no kuras tika izņemts olis, smiltīs palika nospiedums, kas izskatījās pēc riņķa.
1150.g.m.ē. Nulle atceļoja uz Eiropu 12. gadsimta vienlaikus ar indiešu skaitļiem. Cilvēki drīz vien saprot, ka rēķināt ir daudz vieglāk, ja ir *nekas*, kas palīdz skaitīt.

Ar nulli dalīt nedrīkst!

Ja vienādojuma abas puses dala ar nulli, rezultāta var iegūt neiespējamas atbildes. Piemēram, aplūkosim vienādojumu.
$1*0=0$
Ja vienādojuma abas puses izdala ar nulli, iegūs
$1=0:0$
Bet ja aplūko vienādojumu ...
$2*0=0$
un rīkojas tieši tā pat, tad iegūst
$2=0:0$
Tātad varētu secināt, ka skaitļi 1 un 2 ir vienādi, tas ir,
$1=2$

Taču tas nav iespējams. Kas tad ir aplami? Atbilde uz šo jautājumu ir šāda: ar nulli dalīt nedrīkst, jo to darīt nav jēgas. Padomā pats – ir jēga jautāt, no cik divniekiem sastāv skaitlis 6, bet nav jēgas jautāt, no cik nullēm sastāv skaitlis 6.

4. Trigonometrijas pamatjēdzienu vēsture [īss apraksts]

Trigonometrija - no grieķu valodas tiešajā tulkojumā nozīmē trijstūru mērījums (τριγωνον - trijstūris, bet μετρεω- mēru.

Senajā Grieķijā trigonometrija kā matemātikas un filozofijas nozare nebija izcelta, bet to uzskatīja par palīglīdzekli, lai veikt astronomijas novērojumus.

Klaudijs Ptolemajs(II gs. p. m. ē.) savos astronomijas darbos nedalīja diennakti dienas un nakts stundās, kā to darīja ēģiptieši, bet uzskatīja, ka tās visas ir vienādas pēc sava ilguma. Riņķa līniju viņš sadalīja 360 grādos un vēl katru grādu dalīja uz pusi. Riņķa līnijas diametru viņš dalīja 120 grādos, domādams, ka riņķa līnijas garums ir trīs reizes lielāks nekā tās diametrs, turklāt katru diametra grādu viņš sadalīja 60 vienādās daļās, kur katru no šīm daļām atkal dalīja 60 daļiņās.

Romas impērijas laikos šīm daļām (viena grāda daļām) parādījās arī specifiski apzīmējumi – *partes minutae primae* un *partes minutae secundae*, kas tulkojumā ir „pirmās mazākās daļas” un „otrās mazākās daļas”. No šiem latiņu jēdzieniem vēlāk radās laika un leņķu mērvienības – minūte un sekunde. Šīs attiecības pētīja Manelajs (I gds.p.m.e.), kaut gan tiem nav iemantojuši speciālo nosaukumu. Mūsdienīgs sinuss α, piemēram, tika pētīts kā pus horda, uz kuru atbalstās centrālais leņķis ar lielumu α, vai arī kā divkāršā loka horda.

Galvenais Ptolemaja darbs ir „Izcilas matemātiskas konstrukcijas astronomijā XIII grāmatās” vai saīsināti „Megiste”. Vēsture šī grāmata ieeja kā „Almagest”, kuru viņai iedevuši arābi. Šajā grāmatā Ptolemajs izskaitļo hordas lielumu no visiem lokiem no 0^0 līdz 180^0 , turklāt visas hordu vērtības ir dotas pēc 1/20, šī grāmata bija pamats, uz kura pēc tam parādījās mūsdienīgas sinusa tabulas.

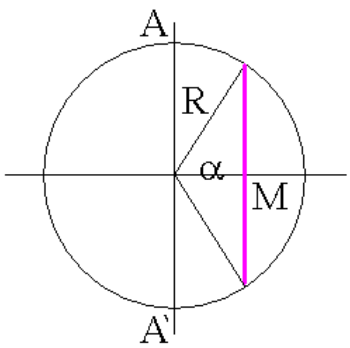
Indijas zinātnieki loka hordas vietā izmantoja „loka tauvu” un sāka apskatīt tās pusi, kuru vēlāk nosauca par „sinusu”. Izmantojot Indijas zinātnieku sasniegumus šajā jomā un balstoties uz Ptolemaja „Almagesta” aprēķināšanas metodēm, arābu pasaules zinātnieki ieviesa attiecīgi citas trigonometriskās funkcijas, tādas kā kosinuss, tangenss un kotangenss, sekanss un kosekanss. Viņiem izdevās atrast visus risinājumus, kas attiecas uz plaknes un sfēras trijstūriem, kā arī sastādīt daudzas trigonometriskās tabulas ar lielu precizitātes pakāpi.

Musulmaņu zemēs plaknes trigonometrija bija attīstīta vājāk nekā sfēriskā trigonometrija. Tas bija saistīts ar to, ka, lai atrisinātu sfēriskās astronomijas un gnomonikas uzdevumus. Ievērojamu noguldījumu trigonometrijas attīstībā ienesa arābu zinātnieki Abu – el – Vafa, Muhameds –ben Muhameds (940-998), kurš sastādīja sinusu un tangensu tabulas, ik pēc 10 grādiem ar precizitāti līdz $1/60^4$. Sinusu teorēmu jau zināja indiešu zinātnieks (dz. 1114, miršanas gads nav zināms) un azerbaidžāņu astronoms un matemātiķis Nasirredin Tusi Muhameds (1201-1274). Savukārt, Nasirredin Tusi savā darbā „ Traktāts par pilnu četru malu četrstūri” izklāstīja plakņu un sfērisku trigonometriju kā patstāvīgu disciplīnu”.

IV-V gadsimtos parādījās jau speciālais termins varena indiešu astronomijas zinātnieka Ariabhata darbos, kura vārdā tika nosaukts pirmais indiešu Zemes pavadonis. Nogriezni *AM* (zīm. 1) viņš nosauca par *ardhadžīvu* (*ardha* – puse, *džīva* – loku tauva, kuru atgādina horda). Vēlāk parādījās īsāks nosaukums *džīva*. Arābu matemātiķi IX gds. šo vārdu aizvietoja ar arābu vārdu *džaib* (izliekums). Tulkojot arābu matemātikas tekstus, tas tika aizvietots ar latīņu vārdu - *sinuss* (*sinuss* – izliekums, līkums). Vārds *kosinuss* ir ievērojami jaunāks. Kosinuss - ir saīsinājums no latīņu izteiciena *completely sinus*, tas ir „papildus sinuss" (vai arī savādāk papildus loka sinuss"; $\cos\alpha = \sin(90° - \alpha)$).

Tangens parādījās saistībā ar ēnas garuma noteikšanas uzdevumu atrisināšanu. Tangensu (kā arī kotangensu) ieveda X gs. arābu matemātiķis Abu-el-Vafa, kurš arī sastādīja pirmās tabulas saistībā ar tangensu un kotangensu atrašanu. Tomēr šie atklājumi ilgu laiku palika nezināmie Eiropas zinātniekiem, un tangens tika atklāts no jauna jau XIV gs., vācu matemātiķis, astronoms Regimontans (1467.g.). Viņš pierādīja tangensu teorēmu. Regiomontans sastādīja arī detalizētas trigonometriskās tabulas; pateicoties viņa darbiem plakanā un sfēriskā trigonometrija kļuva par patstāvīgu disciplīnu Eiropā. Nosaukums „tangenss", no latīņu *tanger* (pieskarties), parādījās 1583.g. Tangenss tulkojumā nozīmē "pieskarošs" (tangensu līnija –pieskare vienīgai aplocei).

Trigonometrija savā attīstība ir izgājusi divus posmus. Pirmajā posmā trigonometrija attīstījās kā teorija, kuru izmantojot, bija iespējams aprēķināt dažādu figūru sastāvdaļas. Trigonometrija parādījās uz ģeometrijas pamata, ko izmantoja, lai aprēķinātu ģeometriskus uzdevumus, kas, savukārt, balstījās uz tā laika tehniskajiem uzdevumiem. Otrais posms sākas ar Fransuā Vjeta darbiem, kur viņš aprakstīja, kā var aprēķināt trijstūra malas un leņķus, izmantojot trigonometriskās funkcijas; Vjeta teorijas tālāk attīstīja L. Eilers, ar kura vārdu saista trigonometrijas analītisko funkciju teorijas attīstību (trigonometriskais riņķis).



5. Sievietes matemātikā vēstures gaitā

Gandrīz visi matemātiķi, kas devuši lielu ieguldījumu matemātikas attīstībā, ir vīrieši. Iespējams, ka galvenais iemesls ir tas, ka vēsturē sievietēm nav bijusi iespēja mācīties. Dzimumu sadalījums vairumā zinātņu jomu ir līdzīgs.

Sievietes – matemātiķes, kas ir pieminētas šajā materiālā, ir matemātiķes Hipātija, Marija Gaetāna Agnēzi, Emmija Nētere, programmēšanas pioniere Ada Bairona Lavleisa un citas sievietes – matemātiķes, kuras var pretendēt uz vietu matemātikas vēsturē.

Teāno

Dzimusi Krotonā, Grieķijā, apmēram 600. gadā pirms mūsu ēras. Pēc sava vīra Pitagora nāves, Teāno vadīja Pitagora skolu. Lai arī šajā skolā darbojās vairākas sievietes, ikviena no viņām savus darbus un pētījumus parakstīja ar Pitagora vārdu, tādēļ ir ļoti grūti konstatēt, kuru zinātnisko darbu autors ir bijis Pitagors, kuru kāds cits. Teāno nodarbojās ar kosmoloģiju, psiholoģiju un medicīnu. Viņas svarīgākais darbs ir „Zelta griezums”, kas joprojām tiek izmantots gan matemātikā, gan arhitektūrā. Starp Teāno darbiem minams arī tāds sacerējums kā „Pitagora dzīve”, taču neviena tā kopija nav saglabājusies līdz mūsdienām.

Hipātija

Viņas vārds rakstos atrasts gan kā „Hypatia”, gan „Hipatia”. Dzīvojusi Ēģiptē apmēram no 370. līdz 415. gadam mūsu ērā. Matemātiķe un filozofe. Hipātija bija Platona skolas pārstāve Aleksandrijā. Viņa bija slavena arī kā laba oratore un skolotāja, kā arī kā viena no astrolābijas (instruments zvaigžņu un planētu stāvokļu mērīšanai), ūdens destilācijas iekārtas un grozāmās zvaigžņu kartes izgudrotājām. Hipātija bija zinību apgūšanas simbols. Tā kā Hipātija atteicās pāriet kristīgajā ticībā, kristiešu augstākās instances lika viņu nogalināt, baidoties, ka viņas gudrība varētu tām kaitēt.

Emīlija di Šatlē

Dzīvojusi Francijā no 1706. līdz 1749. gadam. Izcila matemātiķe, fiziķe un astronome. 12 gadu vecumā viņa runāja angļu, itāļu, spāņu un vācu valodās, tulkoja no grieķu un latīņu valodām Aristoteļa un Virgīlija darbus. Kad Emīlija vēl bija bērns, tēvs atbalstīja viņas nodomu nodarboties ar zinātni. 19 gadu vecumā meitene apprecējās ar marķīzu di Šatlē-Lamonu un viņu laulībā piedzima trīs bērni. Viens no viņas vislielākajiem sasniegumiem ir darba „Ņūtona principi” tulkojums franču valodā, kas aptvēra sarežģītas fizikas un astronomijas tēmas. Viņa bija pazīstama ar slavenākajiem 18.gadsimta matemātiķiem un zinātniekiem. 29 gadu vecumā viņa aizgāja no vīra un sāka dzīvot kopā ar Voltēru, dzemdēja viņam meitu un astoņas dienas pēc dzemdībām mira. Kā viens no Emīlijas di Šatlē nozīmīgākajiem darbiem minams „Fizika”- traktāts, kas sarakstīts ar mērķi izskaidrot vienam no dēliem šo zinātni, iekļaujot arī nodaļu par bezgalīgajiem aprēķiniem. Viņa bija vienīgā zinātniece, kura spēja apvienot Leibnica, Dekarta un Ņūtona uzskatus, lai radītu vienotu fizikas teoriju.

Laura Bassi


Laura Bassi

Dzīvojusi Itālijā no 1711.- 1778. gadam. Dzimusi Boloņā, izglītību ieguvusi privātstundu ceļā. Studējusi loģiku, metafiziku, filosofiju, ķīmiju, hidrauliku, matemātiku, mehāniku, algebru, ģeometriju, grieķu, latīņu, franču un itāļu valodas. Laura Bassi bija Boloņas universitātes anatomijas profesore no 1731. gada, savukārt no 1733. gada viņa strādāja arī Filosofijas katedrā. Laura Bassi apprecējās ar savu kolēģi, Dr. Džuzepi Verrati. Viņu laulībā piedzima 12 bērni. 1732. gadā Laura Bassi sarakstīja traktātu, kurā kritizēja kartēzisko fiziku un atbalstīja Ņūtona fiziku. Viņa strādāja arī par privātskolotāju. 1776. gadā 65 gadu vecumā viņa izgudroja tādu disciplīnu kā eksperimentālo fiziku, ar ko nodarbojās līdz pat savai nāvei. Būdama Ņūtona ideju atbalstītāja, viņa popularizēja domu par to, ka dabas spēki ir pakļauti paredzamiem un dažreiz pat kontrolējamiem dabas likumiem, nevis pārdabisku spēku kaprīzēm.

Marija Gaetāna Agnēzi

Dzīvojusi Itālijā no 1718. līdz 1799. gadam. Nodarbojusies ar matemātiku un teoloģiju. Deviņu gadu vecumā viņa sarakstīja runu latīņu valodā, kuras tēma bija brīva pieeja izglītībai sievietēm. Desmit gadu vecumā viņa brīvi runāja vairākās valodās- itāļu, franču, latīņu, grieķu un ivritā. Ļoti gudra un spējīga sieviete, kura bez tam bijusi slavena ar savu pazemību un kautrību. Dzīves laikā Marija Gaetāna Agnēzi aizstāvējusi 191 tēzi par dažādiem matemātikas jautājumiem un dzīves nogalē sākusi studēt teoloģiju. Trīsdesmit gadu vecumā viņa sarakstīja savu nozīmīgāko traktātu „Analītika”, balstoties uz jau 1748. gadā publicētajiem diferenciāļu un integrāļu aprēķiniem. Šī grāmata tika tulkota franču un angļu valodās. Viena no izcilākajām šī traktāta daļām bija „Kubiskas plaknes līkne”. Kembridžas universitātes matemātikas profesors Džons Kolsons, kurš iztulkoja šo grāmatu angļu valodā, piedēvēja „burvju” nosaukumu Agnēzi pētītajai līknei. Neprecīzā tulkojuma dēļ ilgi pēc tam, pieminot zinātnieces vārdu, daudzi viņu atpazina kā „burvi Agnēzi”. Agnēzi nekad nekļuva par Franču Akadēmijas locekli, jo sievietēm tas bija liegts, toties salīdzinoši liberālajā Itālijā nekas neliedza Agnēzi kļūt par akadēmiķi.

Sofija Žermēna

Dzīvojusi no 1776. līdz 1831. gadam. Dzimusi Parīzē, Francijā. Izcila matemātiķe un filosofe. Sofija Žermēna bija autodidakte, jo tēvs un māte mēģināja piespiest viņu atteikties no studijām. Lai panāktu savu, vecāki meitu ieslēdza istabā, atslēdza apkuri un apgaismojumu, kā arī atņēma viņai apģērbu. Neskatoties uz visu, Sofija mācījās no grāmatām tēva bibliotēkā. Viņas visnozīmīgākais darbs ir „Skaitļu teorija”. Viņa veica pētījumus elastības teorijā un 1816. gadā saņēma par šiem pētījumiem īpašo matemātikas zinātņu balvu, ko Parīzes Zinātņu akadēmija piešķīra labākajam pētījumam, kas ar matemātikas teoriju palīdzību izskaidroja elastīgu virsmu īpatnības. Sofija Žermēna par šo tēmu publicēja vairākas grāmatas. Dzīves otrajā pusē zinātniece sarakstīja vairākus zinātniskus darbus matemātikā, piemēram, par liektām virsmām un izstrādāja jau pieminēto skaitļu teoriju. Viņa sarakstīja arī eseju zinātnes filosofijā. Žermēna bija pazīstama ar daudziem tā laika matemātiķiem, piemēram, Gausu, lietojot pseidonīmu Leblanks, lai neatklātu, ka ir sieviete. Mirusi ar krūts vēzi 55 gadu vecumā.

3. nodaļa
Matemātika kā līdzeklis dažādu problēmu risināšanā

1.Apdrošināšana

Prezentācija dod ieskatu apdrošināšanas būtībā un matemātikas lietojumā apdrošināšanas sistēmā.

2.Ģeometrijas zināšanu izmantošana astronomijā

Senajā pasaulē ļoti liela uzmanība tika pievērsta zinātnēm, kā arī to praktiskam pielietojumam. No praktiskā viedokļa astronomija ir ļoti svarīga, jo gada laiku, mēnešu un gadu maiņas vērošana var tikt piemērota ne tikai zemniecībai un kuģniecībai, bet arī kara darbību vadīšanai.

Ģeometrija, nenoliedzami, eksistē astronomiskajā zinātnē, un kādreiz, tā bija par dominējošu tajā: Ptolemaja pasaules sistēma ir tīri ģeometriskais veidojums, bet Keplera pasaules sistēma vispār tiek noteikta ar apjomīgo(telpisko) ķermeņu īpašībām, ievilktos pēc kārtas lodē. Kādas ģeometrijas zināšanas ir nepieciešamas veiksmīgai astronomijas studēšanai?

Lai atbildētu uz doto jautājumu, ir nepieciešams veikt sīku attiecīgu kursu satura salīdzinājumu, kas bija izdarīts. Izrādījās, ka astronomiskajā izglītības saturā ir sastopami sekojoši ģeometrijas jēdzieni, definīcijas, aksiomas, lemmas un teorijas: taisne, stars, segments, attālums, leņķis, leņķu kongruence, sfēra, centrālais leņķis, rādiuss – vektors, taišņu paralelitāte un perpendikularitāte, plakne, sfēras šķēlums ar plakni, plaknes konstruēšana caur trim punktiem, divu plakņu šķēlums, koordinātu sistēma, laukums, attiecības starp leņķiem un malām trijstūrī, vektori, vektoru summa, Pitagora teorēma, u. t. t.

Baltoties uz vienas no astronomijas pamatteorēmām par pasaules poļa augstumu virs horizonta ir nekas cits kā visiem skolniekiem pazīstama teorēma par savstarpēji perpendikulāro malu leņķu vienādību. Līdzīgā veidā var salīdzināt arī citas teorēmas un jēdzienus (starp ģeometriju un astronomiju):

- "attāluma noteikšana līdz Saules sistēmas ķermeņiem un to debess ķermeņu izmēru noteikšana" – taisnleņķa trīsstūru atrisināšana, saistība starp centrāliem leņķiem riņķa līnijā un to novilkto loku izmēriem;
- "attālums līdz zvaigznēm " – taisnleņķa trīsstūru atrisināšana, pie tam ir svarīgi pievērst uzmanību tuvinājumu izmantošanai, kuri ir saistīti ar trigonometrisko mazo leņķu sinusa un tangensa funkciju aizvietošanu ar pašu leņķu lielumiem, izteiktos radiānos;
- "telpiskie zvaigžņu ātrumi" – vektora jēdziens un to summēšana, vektora projektēšana uz koordinātas ass, Pitagora teorēma;
- "Dubultzvaigznes" – formulas sektora un segmenta laukumam, kuras ir nepieciešama uzdevumu risināšanai saistītos ar spožuma izmaiņām aptumsuma – mainīgās sistēmās.

Astronomija, kā matemātika kopumā, kalpo kā pārejas līdzeklis no priekšmetiem, ar tiešo izjūtu, līdz priekšmetiem, kurus var izprast tikai domāšanā, tas nozīmē „neredzamām lietām”. Un tas arī ir astronomijas galvenais norīkojums. Tādā veidā izprastā astronomija, kā arī citas augstāk minētas zinātnes, ir filozofijas priekšvakars.

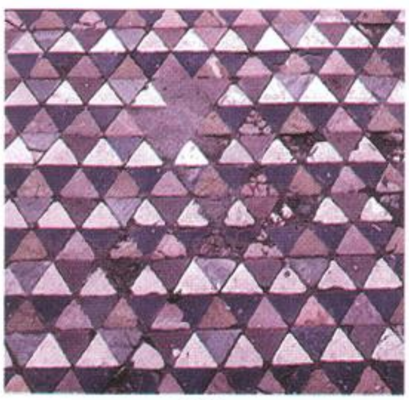
Skolotājam: Leņķa un to mērīšanas vienību jēdzienu formulēšanas laikā ir vērts apskatīt kādu enciklopēdiju, un kopā ar skolēniem izdarīt tādu atklājumu – ka „grāds” tulkojumā nozīmē „Saules solis”, un vēl astronomijā leņķu mērīšanā var izdarīt ar Jakova zižļa palīdzību. Pētot *trijstūru īpašības, ir vērts norādīt, ka attālumu noteikšanai līdz debess ķermeņiem un to izmēru noteikšanai izmanto attiecības starp taisnleņķa trīsstūra leņķiem un malām. Bet trigonometrijas izcelšanās ir saistīta ar astronomijas praktiskiem pieprasījumiem, jo debess ķermeņi it kā atrodas uz vienas sfēras virsmas, bet formulas, kuras sasaista trīsstūra leņķus un malas uz tās atšķiras no iegūtiem plakanajā ģeometrijā.*

Starp vēsturisko uzdevumu ar astronomisko saturu var atzīmēt „Aristarha uzdevumu" – attāluma noteikšana sistēmā Zeme – Mēness – Saule, „Hippokrāta uzdevums" – attāluma noteikšana līdz Mēness pēc lunāra aptumsuma, horizonta tāluma, Mēness kalnu augstuma(divas metodes) datiem. Parastie ģeometrijas uzdevumi arī var būt piepildināti ar konkrēto saturu. Piemēram, formulējot stabilas zināšanas pēc taisnleņķu trīsstūru īpašībām, var atrisināt uzdevumu: „ Ēnai no svērteniskā sklanda ar augstumu 4 metri ir garums 6,5 m. Kāds uz to brīdi ir Saules augstums virs horizonta? „.

3. Laukuma noklāšana

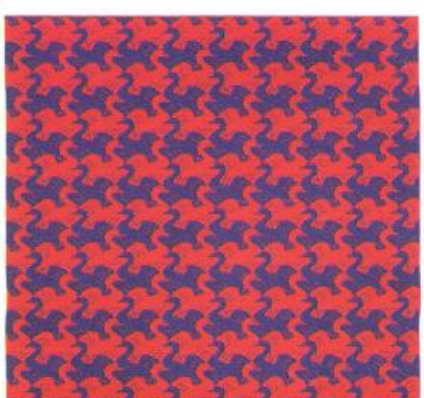
Katram, kurš vēlas noklāt laukumu ar simetriskām figūrām, nākas lietot kādu no transformācijām vai no kombinācijas. Rezultātā rodas grafiska mozaīka, kurā simetrija vai nu periodiska, vai neperiodiska.

Senās Pompejas mākslinieki arhitektūrā plaši lietoja simetriskus dekoratīvos elementus (skat.attēlā).



339

Ešērs bija ļoti iecienījis šādu mozaīku veidošanas paņēmienu, un attēlā redzams simetriskās pārneses klasisks piemērs.

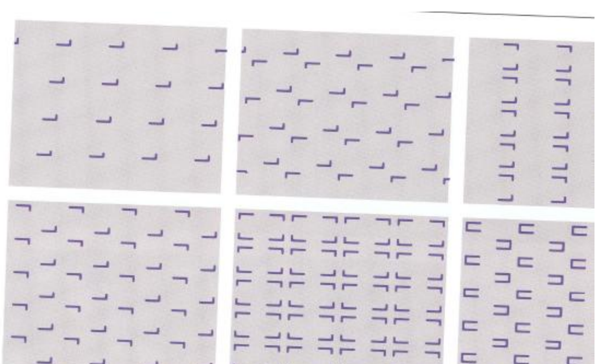


340

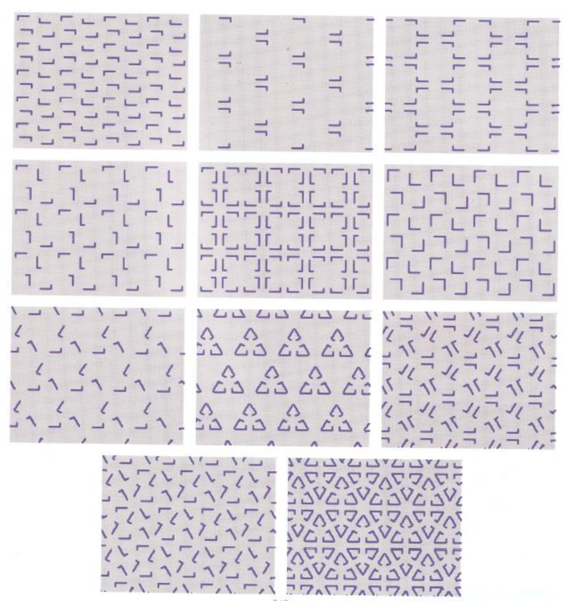
Bieži vien, daudzkāršojot vienu un to pašu moduli, rodas iespaids, ka attēla uzbūve ir nevis viena moduļa pārnese, bet gan visai komplicēt darba rezultāts (skat.attēlā).

341

Pamatā ir modulis, kura pārnese ļauj veiksmīgi noklāt laukumu, radot monolītu parketu. Simetriskās transformācijas lieto ornamentu veidošanai. Tie sastopami visdažādāko pasaules tautu kultūrās kopš seniem laikiem. Gluži likumsakarīgi, ka laika gaitā empīrisku novērojumu rezultātā uzkrājās arī zināšanas par matemātiskajiem principiem, kas nosaka laukuma noklāšanas veidus, izmantojot grupās sakārtotas periodiskas simetrisku figūru kombinācijas. Izrādās, ka šo kombināciju iespējamais daudzums nebūt nav bezgalīgs, kā sākumā varētu likties. Gan tradicionālie japāņu raksti, gan arī Leonardo da Vinči demonstrē praktiski visas kombinācijas, proti, 17 (skat.attēlā).



342

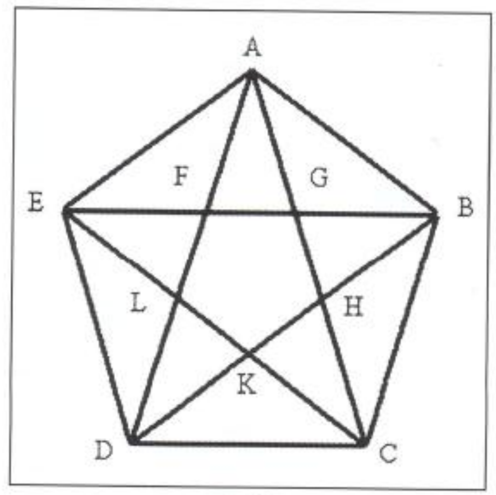


342

Ar sarežģītākām laukuma noklāšanas problēmām nākas sastapties, cenšoties izveidot parketu no neperiodiskām figūrām. To savā laikā bija centies darīt Johaness Keplers. Viņa zīmējumi savukārt iedvesmoja ievērojamo angļu fiziķi un matemātiķi Rodžersu Penrouzu, kurš aizrautīgi nodarbojās ar optisko ilūziju izgudrošanu un saistošo ģeometriju. 1972. gadā Penrouzam izdevās atrisināt grūtu uzdevumu – izveidot neperiodisku pentagonālo mozaīku. Šim risinājumam, kā vēlāk izrādījās, bija svarīga nozīme kristalogrāfijas attīstībā.

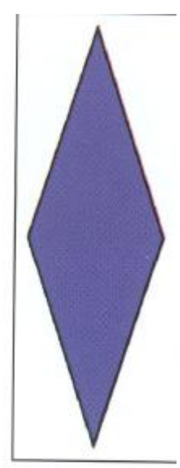
Zinātnieku pūliņu rezultātā kļuva skaidrs, ka kristāliem ir iespējams tikai pirmās, otrās un trešās, ceturtās un sestās pakāpes simetrijas asis. Nekad tiem nav piektās pakāpes simetrijas, kā arī augstākas par sestās pakāpes simetrijas asīm. 1984. gadā Izraēlas fiziķis Dans Šehtmans atklāja tā saucamos kvazikristālus. Šis atklājums izmainīja tradicionālos kristalogrāfijas kanonus. Sakausējot alumīniju un mangānu, izveidojas kristāliska struktūra ar piektās pakāpes simetrijas asīm. Lai teorētiski izskaidrotu kvaikristālu struktūru, zinātnieku uzmanību piesaistīja Penrouza parkets.

Mozaīka savā vienkāršākajā variantā sastāv no divu veidu rombiem, kuri izkārtoti neperiodiski. Likumība , kas nosaka šo rombu proporcijas, slēpjas pentagrammā (345).



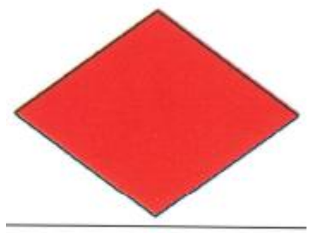
345

Kā zināms, tajā ietilpst vairāki vienādsānu trīsstūri. Pirmais no tiem ir trīsstūris ADC. Šīm trīsstūrim leņķis pie smailes A ir 36^0, bet malas AC attiecībā pret pamatu DC atbilst zelta proporcijai. Ja divus šādus trīsstūrus savieno ar pamatnēm kopā, izveidojas pirmais Penrouza rombs (attēlā).



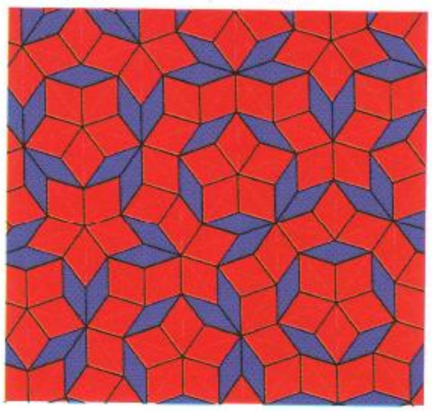
346

Taču pentagrammā ir vēl viens vienādsānu trīsstūris – EBK. Tam leņķi pie smailēm E un B ir 36^0, bet leņķis pie smailes K – 108^0. Pamatnes EB attiecība pret malu EK arī atbilst zelta proporcijai. Savienojot ar pamatnēm divus šādus trīsstūrus, iegūstam otru Penrouza rombu (attēlā).



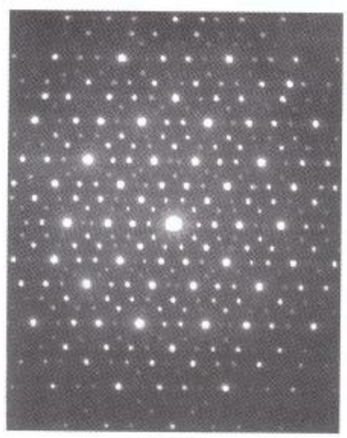
347

Tālāk atliek no rombiem veidot laukuma klājumu, kurā var ieraudzīt gan pentagrammas, gan dekagonus (attēlā).



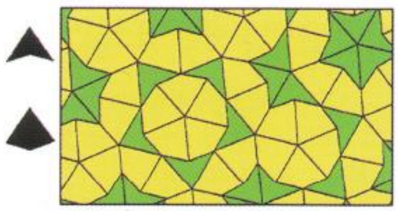
348

Pārtransformējot ideju par zelta rombiem trīsdimensiju kristāla telpā, tā aizpildās līdzīgi divdimensiju parketam, veidojot kvazikristālisko struktūru, kurā svarīga loma ir Penrouza rombu telpiskajiem aizvietotājiem – ikosaedriem. Šāda kvazikristāla struktūra redzama rentgenogrammā (skat.attēlā).



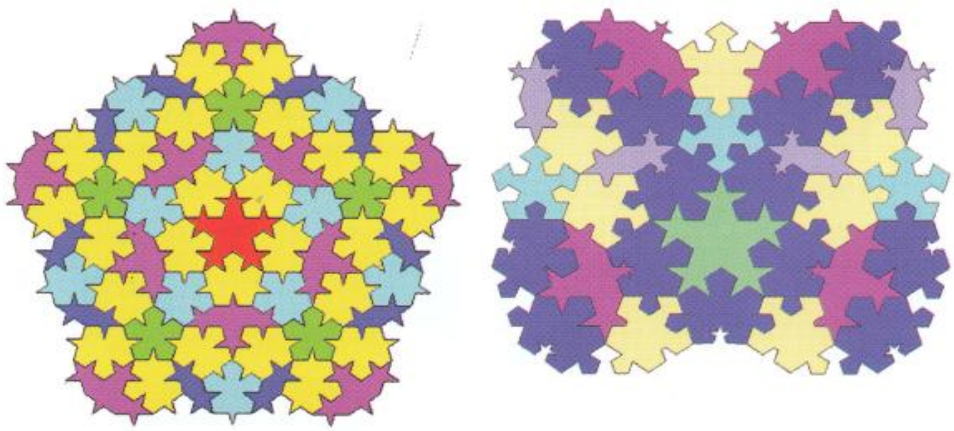
349

Penrouzs izstrādāja vēl vairākas figūras, ka ļauj konstruēt neperiodiskos parketa klājumus. Vienu no tiem veido pūķis un pīķis (skat.attēlā).



350

Iespējams izmantot arī sarežģītākus pamatelementus (skat.attēlā).



351

4. Lineārā programmēšana. Transporta uzdevums

No zemnieku saimniecības uz noliktavu jāpārved graudi ar automašīnām, kuru celtspēja ir 5 tonnas un 10 tonnas. Noliktava vienā stundā var pieņemt ne vairāk kā 10 mašīnas, turklāt ne vairāk kā 8 mašīnas ar celtspēju 5 t un ne vairāk kā 6 mašīnas ar celtspēju 10 t. Cik katra veida mašīnas jānosūta 1 stundā, lai aizvestu visvairāk graudu?

Atrisinājums:

Apzīmēsim: x - 5 t mašīnu skaits;

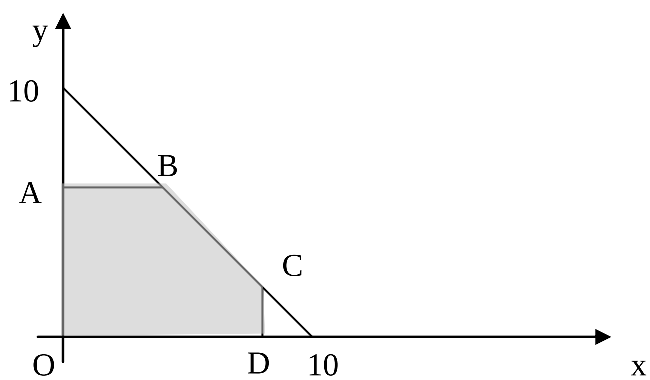
y - 10 t mašīnu skaits.

Līdz ar to mērķfunkcija ir $z = 5x + 10y$. Uzdevums ir šo funkciju maksimizēt, tas nozīmē atrast tādus x un y, lai funkcija z būtu vislielākā.

Ir zināms, ka 5 tonnas mašīnu skaits nevar pārsniegt 8 un 10 tonnas mašīnu skaits – 6, bet kopā var pieņemt ne vairāk kā 10 mašīnas. šie nosacījumi veido uzdevuma nosacījuma sistēmu:

$$\begin{cases} x+y \le 10 \\ x \le 8 \\ y \le 6 \\ x \ge 0 \\ y \ge 0 \end{cases} \quad \text{jeb} \quad \begin{cases} y \le 10-x \\ x \le 8 \\ y \le 6 \\ x \ge 0 \\ y \ge 0 \end{cases}$$

Konstruējam xy plaknē taisnes $y=10-x,\ x=8,\ y=6,\ x=0$ un $y=0.$ Šīs taisnes ietver piecstūri OABCD (skat. 1. zīm.).



1. zīm.

Lai atrastu piecstūra OABCD virsotņu koordinātas, atrisinām šādas vienādojuma sistēmas:

$$\begin{cases} x=0 \\ y=6 \end{cases} \Rightarrow x=0 \text{ un } y=6 \Rightarrow A(0;6);$$

$$\begin{cases} y=10-x \\ y=6 \end{cases} \Rightarrow x=4 \text{ un } y=6 \Rightarrow B(4;6);$$

$$\begin{cases} y=10-x \\ x=8 \end{cases} \Rightarrow x=8 \text{ un } y=2 \Rightarrow C(8;2);$$

$$\begin{cases} y = 0 \\ x = 8 \end{cases} \Rightarrow x = 8 \text{ un } y = 0 \Rightarrow D(8;0).$$

Aprēķinām funkcijas $z = 5x + 10y$ vērtības piecstūra OABCD virsotnēs:

$$z\Big|_{O(0;0)} = 5 \cdot 0 + 10 \cdot 0 = 0$$

$$z\Big|_{A(0;6)} = 5 \cdot 0 + 10 \cdot 6 = 60$$

$$z\Big|_{B(4;6)} = 5 \cdot 4 + 10 \cdot 6 = 80$$

$$z\Big|_{C(8;2)} = 5 \cdot 8 + 10 \cdot 2 = 60$$

$$z\Big|_{D(8;0)} = 5 \cdot 8 + 10 \cdot 0 = 40$$

No aprēķiniem redzams, ka mērķfunkcijas maksimuma punkts dotajā apgabalā ir B(4; 6).

Atbilde: visvairāk graudu (80 tonnas) var nosūtīt 1 stundā, ja izmanto 4 mašīnas ar celtspēju 5 tonnas un 6 mašīnas ar celtspēju 10 tonnas.

5. Diferenciālvienādojumi.

Vienīgā lieta, kura nekad neizmainīsies ir fakts, ka pasaule pastāvīgi mainās. Matemātiski, šī maiņa var tikt aprakstīta ar atvasinājumiem. Ja jūs mēģināsiet izmantot matemātiku, lai aprakstītu pasauli jums apkārt – piemēram augu izaugsmi, svārstības akcijas tirgū, slimību izplatīšanās, vai fizisku spēku iedarbība uz objektu - jūs ātri ievērosiet, ka strādājat ar funkciju atvasinājumiem. Kā tie ir savstarpēji saistīti un atkarīgi no citiem matemātiskiem parametriem, ir aprakstīts ar diferenciālvienādojumiem. Šie vienādojumi ir pamats gandrīz visiem mūsdienu matemātikas „pielikumiem” dabas parādību aprakstīšanai. Šie pielikumi ir gandrīz neierobežoti un tām ir liela nozīme modernajās tehnoloģijās.

Naturāla frekvence mūzikā - vibrācija rada skaņu un diferenciāli vienādojumi apraksta vibrāciju lai saprast to. Šeit izmanto Ņūtona otro likumu *m = F/a*, lai modelētu masas vibrācijas uzvedību uz stigas.

Tas jau sen ir zināms, ka mazām mijiedarbības sistēmām, var radīt regulāro uzvedību. Piemēram, lapsu un zaķu populācija: līkne, kura raksturo populācijas skaitu izmaiņu, var tikt uzrakstīta kā neatkarīgu diferenciālvienādojumu sistēmu. Kad zaķu populācija aug, aizvien vairāk paliek barības lapsām, un tie pārdzīvo iedzīvotāju skaitu eksploziju. Bet tad truši mirst, lapsam nav ko ēst, un cikls atkārtojas. Grafiks zaķi pret lapsām ("fāzes-telpu" sistēmas), rāda vienmērīgu cilpu - robeža ciklu.

Kā leopards dabūja savus plankumus - Kā, vienveidīga šūnu „bumbiņa” kas veido embriju, diferencējas lai izveidotu dramatisko krāsu zebrai vai leopardam? Kāpēc ir plankumainie dzīvnieki ar svītrainām astēm, bet nav svītrainos dzīvniekus ar izraibinātām astēm? Uzzini vienādojumus, kas izskaidro visu šo un pat vairāk.

Pārmaiņas ir tas, kas raksturo lielāko daļu lietas pasaulē: kustība ir pozīcijas izmaiņa laikā vienībā, izaugsme ir izmērā maiņa laikā vienībā, utt. Diferenciālvienādojums ir vienādojums, kas ietver atvasinājumu funkciju, un atrisina t, lai atrastu pati funkciju.

Kā ātrs piemērs, iedomājieties auto, kas brauc pa automaģistrāli. Var secināt attālumu, kuru viņš ir nobraucis pēc ātruma, visa brauciena gaitā. Bet ātrums ir attālumu izmaiņa laikā. Tas ir attāluma atvasinājums – attiecīgi pret laiku. Kad risināt attālumu no ātruma, reāli jūs risināt diferenciālo vienādojumu:

$$\frac{dx(t)}{dt} = v(t),$$

Datorspēles izstrādātājs - Reālajā pasaulē, bumbas atlēciens un ūdens šļaksts, pakļaujas fizikas likumiem. Datoru spēlēs, fizikas dzinējs nodrošina virtuālās pasaules reālitāti. Spēļu inženieri skaidro, lai taisītu spēles, jums ir nepieciešami saprast fiziku, un, protams, diferenciālvienādojumus.
Spageti izrāviens - Diferenciālvienādojumi modelē neparastu makaronu uzvedību.
Ja jūs nevarat izmainīt to, simulējiet to! - Deivids Bekhems un viņa kolēģi var intuitīvi zināt, kā izmainīt futbolbumbas lidojuma trajektoriju, kā viņi grib, bet mums pārējiem vajag ķerties pie diferenciāliem vienādojumiem, kas apraksta futbolbumbas aerodinamiku.
Ja gribat uzzināt vairāk un, dziļāk, lūdzu, palasiet fenomenālo materiālu internētā: http://plus.maths.org/issue43/package/index.html

6. Mazliet no mūzikas teorijas…

Mūzikas pamatā ir zināma veida muzikālo toņu skala. Tā ir sakārtota nošu[1] virkne – no zemākās līdz augstākai, starp kurām ir noteikts intervāls (muzikālais intervāls ir **frekvenču**[2] intervāls).

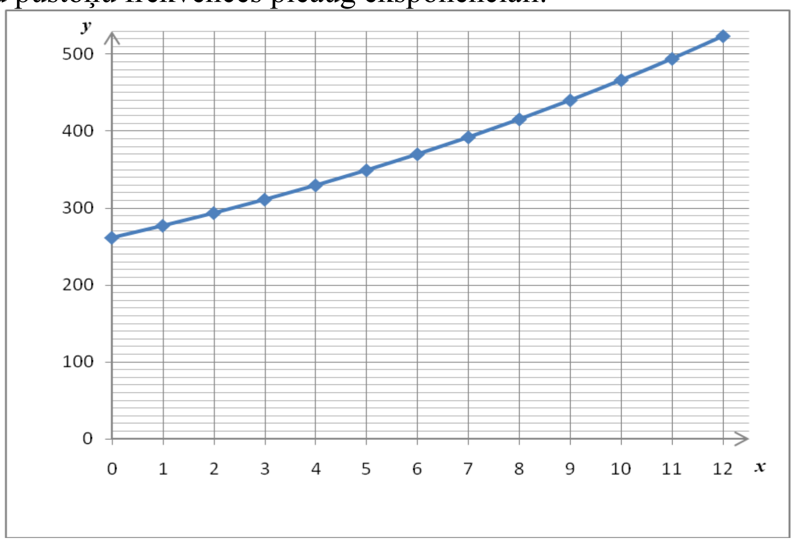
Mūzikā oktāva (no latīņu *octava* - astotā) ir intervāls starp divām notīm, kur otrās nots frekvence ir uz pusi lielāka par pirmās nots frekvenci.

Oktāvas intervāls aptver astoņos pakāpienus (uz klavierēm tie ir 8 baltie taustiņi) diatoniskajā diapazonā, piemēram, no "do" līdz "do" vai arī no "re" līdz "re". No tā arī cēlies oktāvas nosaukums. Oktāva sadalās sešos toņos, 12 pustoņos (uz klavierēm tie ir 8 baltie taustiņi un starp tiem esošie 5 melnie taustiņi, kuriem atbilst frekvences, kas atrodas starp diatoniskās skalas frekvencēm) (Eiropas tradīcija) vai arī 24 ceturtdaļtoņos (Indijas tradīcija).

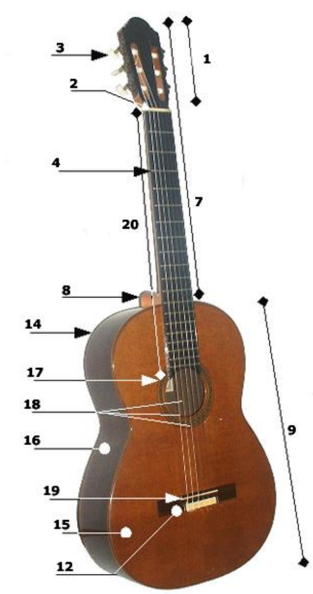
[1] noteikta augstuma skaņu
[2] frekvence ν – noteiktas kustības ciklu skaits vienā sekundē, ν =1/T, kur T – periods

Katra pustoņa frekvence ir iegūta no pirms tā esošā pustoņa frekvences, reizinot to ar divpadsmitās pakāpes sakni no skaitļa 2, t.i., $\sqrt[12]{2}$.

Ko tas nozīmē? Piemēram, ja mēs sākam ar pirmās oktāvas Do, kura frekvence ir 262 Hz, tad par pustoni augstākai skaņai (Do#) frekvence ir $262\cdot\sqrt[12]{2}\approx 262\cdot 1{,}059463\approx 277{,}5793$ Hz, savukārt vēl par pustoni augstākai skaņai (Re) frekvence ir $262\cdot\sqrt[12]{2}\cdot\sqrt[12]{2}=262\cdot\left(\sqrt[12]{2}\right)^2\approx 294{,}0851$, utt. Tādā veidā turpinot, iegūstam sakarību $y=256\cdot\left(\sqrt[12]{2}\right)^x\approx 256\cdot\left(1{,}059463\right)^x$, kur uz y ass attēlojam pustoņu frekvences, bet uz x ass – atbilstoši kurš pēc kārtas aiz pirmās oktāvas Do ir konkrētais pustonis. Funkcijas grafikā atliktas frekvences visiem pustoņiem no pirmās oktāvas Do līdz otrās oktāvas Do. Tātad pustoņu frekvences pieaug eksponenciāli.



Kas kopīgs ģitārai un eksponentfunkcijai?



Ģitārai ir divas galvenās daļas – korpuss (nr. 9) un grifs (nr. 7). Ģitāras grifs ir sadalīts ladās (nr. 4) (klasiskai ģitārai parasti ir 19 ladas), starp kurām muzikālais attālums ir tieši viens pustonis.

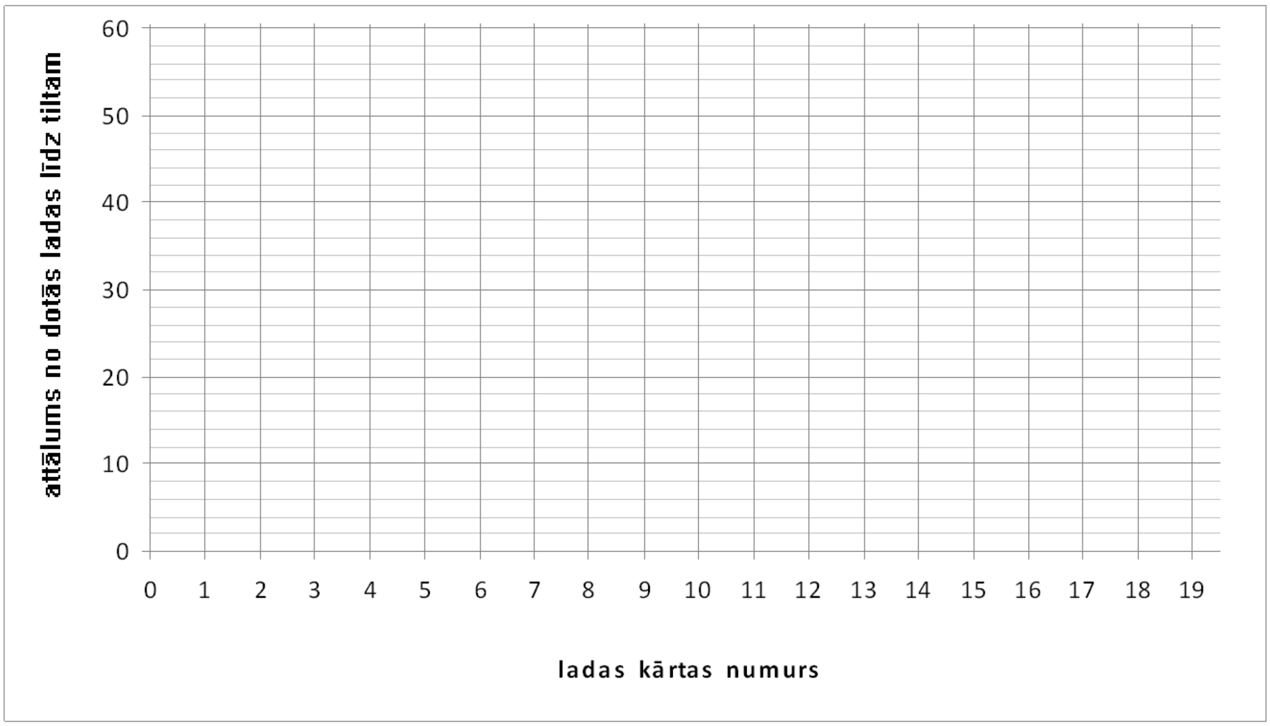
Ladu novietojums ir viena no svarīgākajām lietām ģitāras uzbūvē, jo attālumi starp ladām ir tie, kas nosaka, vai attiecīgā nots skanēs precīzi.

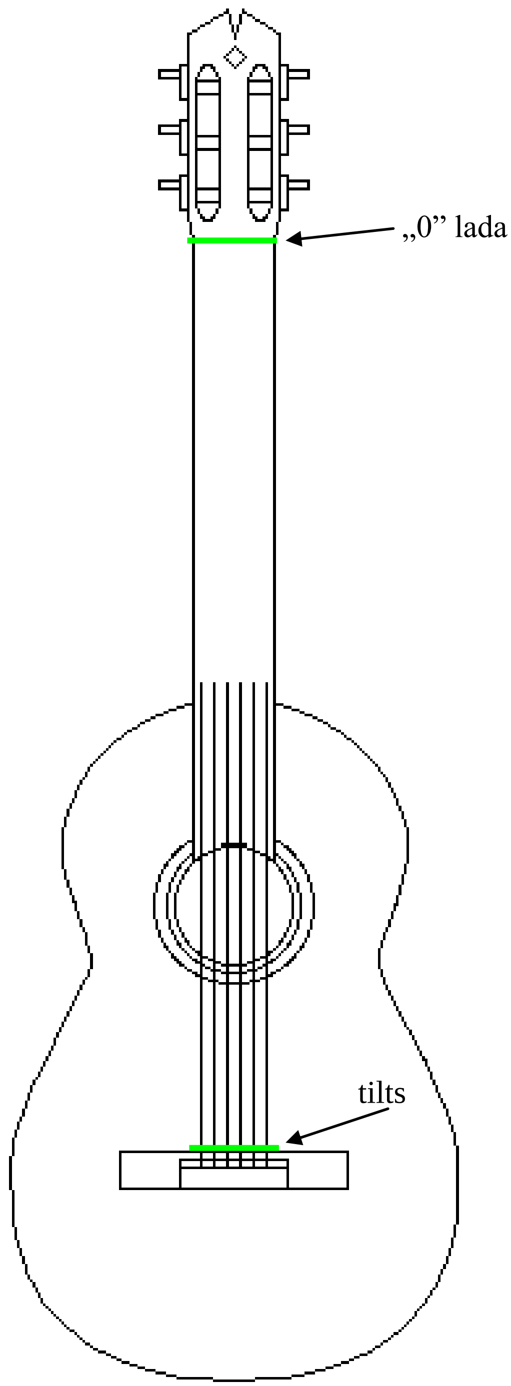
Attālums starp visām ladām nav vienāds, tas, attālinoties no „0” ladas (nr. 2) aizvien sašaurinās. Interesanti ievērot, ka 12. lada atradas tieši vidū starp „0” ladu un tiltu (nr.19).

Tā kā attālums starp ladām paaugstina stīgas noti par pustoni, t.i., frekvence palielinās $\sqrt[12]{2}\approx 1{,}059463$ reizes, tad attālums starp tiltu un katru nākamo ladu samazinās $\sqrt[12]{2} \approx 1{,}059463$ reizes, t.i., veidojas eksponentfunkcija $y = k \cdot \sqrt[12]{2}^{\,-x}$, kur k – attālums starp „0" ladu un tiltu, bet x – ladas kārtas numurs.

Uzdevums:

Pieņemot, ka klasiskai ģitārai (attēlā) parasti ir 19 ladas un ka stīgu garums no „0" ladas (nr. 2) līdz tiltam (nr. 19) aptuveni ir 60 cm, noteikt stīgas garuma no katras ladas līdz tiltam un dotajā koordinātu sistēmā uzzīmēt funkcijas grafiku. Dotajā ģitāras zīmējumā ieskicēt ladu novietojumu mērogā 1:5.

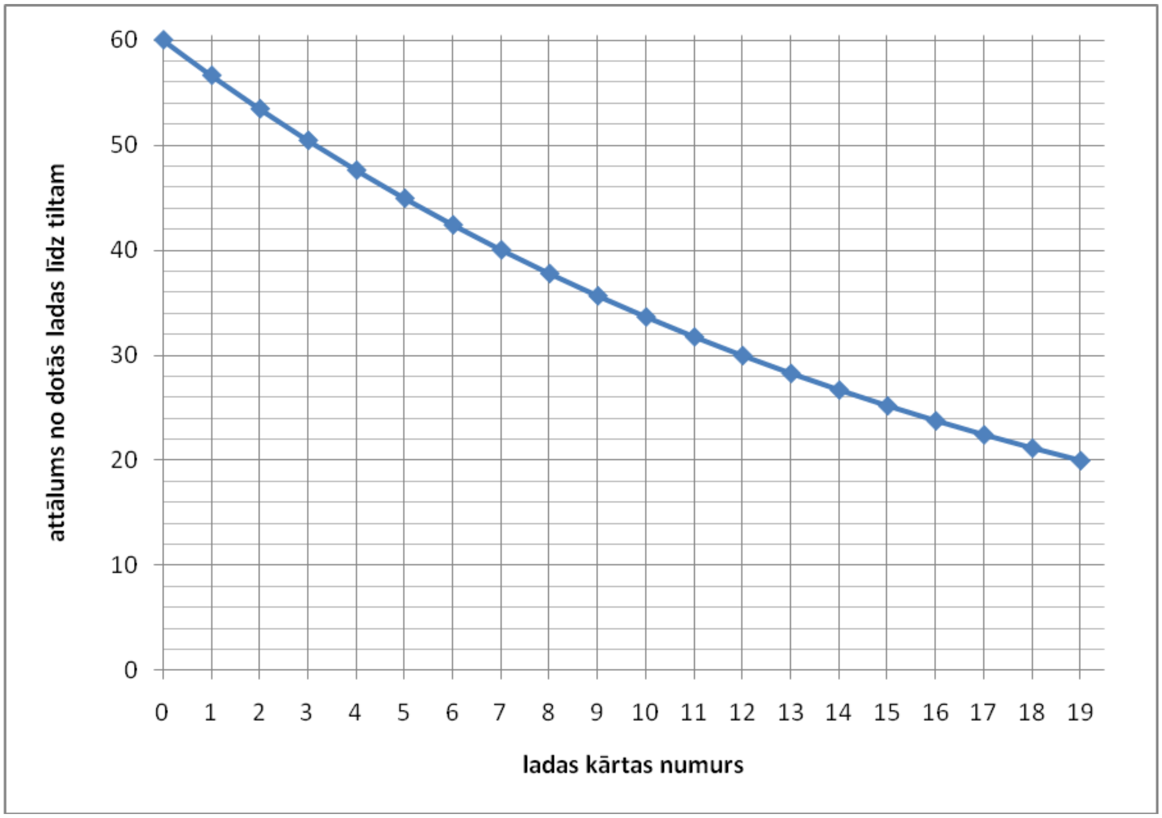


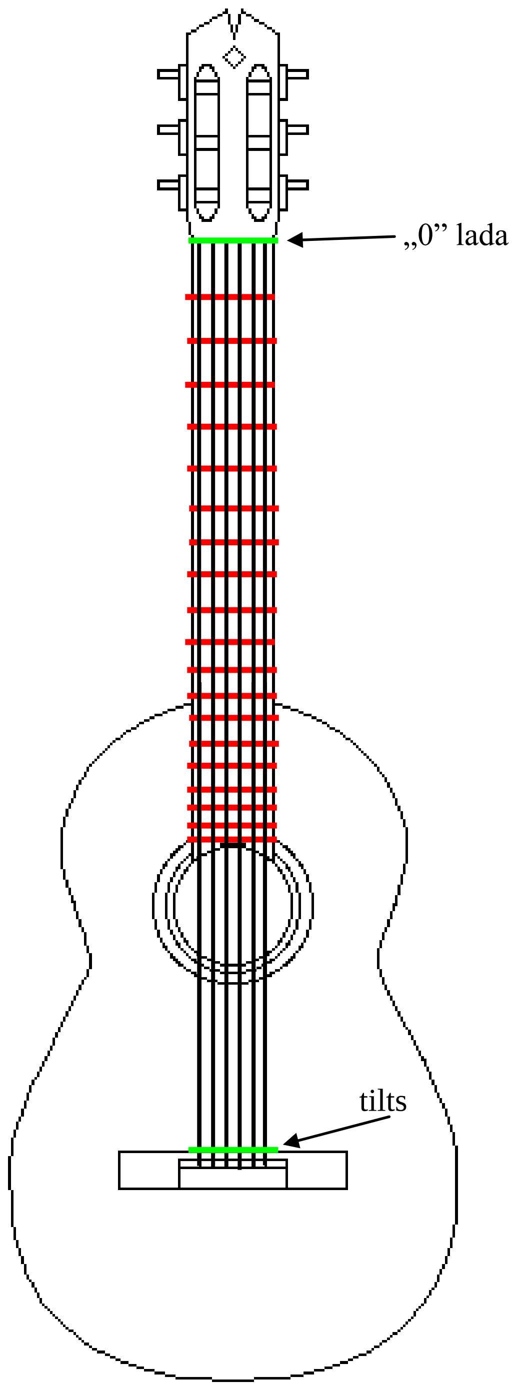

„0” lada
tilts

Atrisinājums

x	*y*
0	60,0
1	56,6
2	53,5
3	50,5
4	47,6
5	44,9
6	42,4
7	40,0
8	37,8
9	35,7
10	33,7
11	31,8
12	30,0
13	28,3
14	26,7
15	25,2
16	23,8
17	22,5
18	21,2
19	20,0

$$y = 60 \cdot \sqrt[12]{2}^{\,-x}$$




„0” lada
tilts

7. Invariantu metode

Par **invariantiem lielumiem** sauc tādus lielumus, kuri kādā procesā ir nemainīgi.
Ar vārdiem **invarianta īpašība** apzīmē īpašību, kas kādā procesā saglabājas, nemainās.

Jau mazs bērns neapzinoties saskaras ar invarianta jēdzienu. Vienas rokas pirkstu skaits ir invariants lielums. Skaitot mēs kādu pirkstu nosaucam par pirmo, kādu par otro, utt., t.i., piekārtojam katram pirkstam savu skaitli – 1; 2; 3; 4; ... . Vairākas reizes skaitot, bērns skaitīšanu var veikt citā secībā, tomēr skaitīšanas rezultāts nebūs atkarīgs no tā, kādā secībā skaitīs pirkstus.

Ir daudz uzdevumu, kuros ir prasīts noskaidrot, vai, izpildot noteiktas operācijas, var iegūt norādīto rezultātu. Uzdevuma atrisinājumā nepietiek tikai ar atbildi „Jā!" vai „Nē!", ir nepieciešams pierādījums.
Ja uzdevuma atbilde ir „Nē!", pierādījumā var mēģināt pielietot invariantu metodi. Uzdevuma risinājumā, tad var vadīties pēc šāda plāna:
jāatrod piemērota īpašība, kura

1) **piemīt** sākumā dotajam lielumam;
2) ir invarianta, t.i., **saglabājas**, veicot pieļaujamās operācijas;
3) **nepiemīt** tam lielumam, kurš jāiegūst galarezultātā.

Par invarianta īpašību var izmantot, piemēram, šādas īpašības: elementu skaits ir pāra skaitlis; elementu summa dalās ar 3; elementu starpība ir nepāra skaitlis; elementu skaits nedalās ar 4 u.c.

DALĀMĪBA AR 3

PIEMĒRS:
Mežā auga 36 sēnes. Pirmās dienas rītausmā viena sēne nogāzās un tās vietā izauga 4 jaunas sēnes. Tāpat notiek katrā nākamajā dienā – viena nogāžas un izaug 4 jaunas. Kurā dienā šajā mežā būs tieši 15037 sēnes?
Atrisinājums: Ievērojam, ka sākumā sēņu skaits dalās ar 3.
Izpētīsim, kādas ir sēņu skaita izmaiņas mežā vienā dienā. Ja mežā izauga 4 jaunas sēnes un 1 nogāzās, tad sēņu skaits mežā palielinājās par 3, jo $4-1=3$. Tātad arī pēc vienas dienas sēņu skaits dalīsies ar 3.
Tā kā šādas izmaiņas ar sēnēm notiek katru dienu, tad sēņu skaits mežā katru dienu palielinās par skaitli 3. Tātad arī pēc vairākām dienām sēņu skaits dalīsies ar 3.
Ja eksistē tāda diena, kad mežā būs tieši 15037 sēnes, tad 15037 jādalās ar 3 bez atlikuma. Tā kā skaitļa 15037 ciparu summa ir skaitlis $1+5+0+3+7=16$, kas nedalās ar 3, tad arī pats skaitlis 15037 nedalās ar 3.
Atbilde: Nebūs tādas dienas, kad mežā būs tieši 15037 sēnes.
Invarianta īpašība: Sēņu skaits dalās ar skaitli 3.

UZDEVUMS:
Pūķim ir 2000 galvas. Spēkavīrs vienā cirtienā pūķim var nocirst 33, 21, 16 vai 1 galvu, bet uzreiz pūķim ataug attiecīgi 48, 0, 13 vai 349 galvas.
Ja tiek nocirstas visas galvas, tad jaunas galvas neataug.
Vai spēkavīrs varēs, uzvarēt pūķi?

8. Uzdevumi- situācijas

1.uzdevums-situācija

Paskaidrojumi:

Uzdevumi savā starpā nav saistīti.

1.uzdevums atbilst 5. – 6. klašu grupai, bet to var pildīt visu klašu skolēni, ja nepieciešams atkārtot darbības ar procentiem.

2.uzdevums ir par statistikas elementiem un tas atbilst vidusskolas klašu grupai. Pirms plāno šī uzdevuma izpildi, skolotājam jālūdz klasei izpildīt mājas darbu, kurā jāuzņem laiks, cik skolēns pavada laiku pie datora un cik pie televizora. Uzdodot šo mājas darbu, skolotājam ieteicams palūgt skolēniem, kuri mājas darbus parasti nepilda, šo uzdevumu veikt, jo iegūtie dati būs nepieciešami nākamai matemātikas stundai. 2.uzdevums sastāv no klases darba, kurā izmanto datus par laika pavadīšanu pie datora, mājas darba, kurā skolēns nostiprina stundā iegūtas zināšanas un prasmes, izpildot šo pašu uzdevumu par laika pavadīšanu pie televizora un darba, kuru veic nākamajā stundā, nosakot vai pastāv kolerācija starp laiku, ko skolēns pavada pie datora un laiku, ko pavada skatoties televīzijas pārraides. (Datus mājas darbam skolotājs lūdz skolēniem noskaidrot stundas sākumā, kad noskaidro laiku, cik katrs pavadījis pie datora, vai beigās.)

3.uzdevums paredzēts vidusskolas klašu grupai. Uzdevumā skolēni atkārto logaritma īpašības un atrisina burtu skaitļu mīklu.

1.UZDEVUMS:

Palīdzi septiņiem 6.klases skolēniem, kuri aizmirsuši kā veic aprēķinus ar procentiem, atrisināt problēmu. Lasi uzdevumu, veic aprēķinus, rezultātus ierakstot brīvajās vietās. Esi uzmanīgs, jo neliela kļūda var radīt sarežģījumus tālākos aprēķinos!

Zigmārs vasarā nopelnīja 250 latus. No tiem 4% jeb _____latus iztērēja *Sofijas* dzimšanas dienas dāvanas iegādei.

Bet no atlikušās summas, kas bija ______ lati, $\frac{1}{6}$ jeb _____latus *Zigmārs* iztērēja, lai aizvestu uz kino *Magdalēnu, Augustu* un *Patrīcīju*.

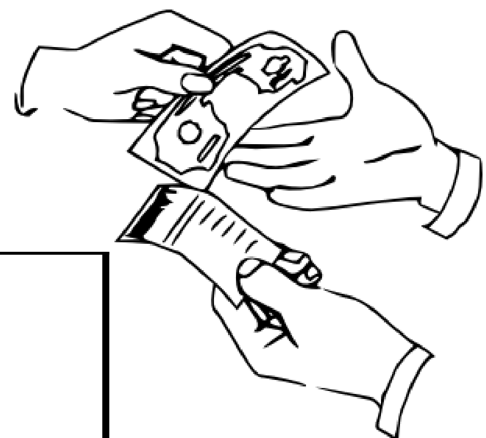
No atlikušās summas, kas bija _____lati, *Zigmārs* $\frac{1}{9}$ jeb ____latus aizdeva *Aleksndram* uz mēnesi ar procentu likmi 4% mēnesī.

Pēc mēneša *Aleksandrs Zigmāram* atdeva ______latus. Tagad *Zigmāram* ir _____ latu. Par tiem viņš izlēma iegādāties mobilo telefonu, kas agrāk maksāja 140 latus, bet tagad tam ir 15% atlaide un tas maksā ______ latus.

Pēc telefona iegādes *Zigmāram* ir atlikuši ______ lati.

Padomu, ko darīt ar atlikušo naudu *Zigmārs* lūdza *Silvijai*. *Silvija* ieteica aizbraukt ekskursijā, par kuru jāmaksā 100 lati un vēl 22% pievienotās vērtības nodoklis. *Zigmāram* par ekskursiju būtu jāmaksā _____ lati.

Vai *Zigmārs* par atlikušo naudu var aizbraukt ekskursijā?



Atbilde:

____

Vieta aprēķiniem:

2.UZDEVUMS.

MĀJAS DARBS:

Uzņem laiku, cik šodien Tu pavadi pie datora un televizora (piemēram, pie datora - 2 stundas, pie televizora – 1.5 stundas)!
Šie dati būs nepieciešami nākamai matemātikas stundai.

UZDEVUMS:

Uzdevuma izpildē izmantojiet datus, kurus ieguvāt, izpildot mājas darba uzdevumu.

A) **Tika veikts pētījums, cik daudz laika viens jūsu klases skolēns pavada pie datora. Rezultātus apkopojiet biežuma tabulā, parādiet arī relatīvo biežumu. (Ieteikums – stundu skaitu noapaļot līdz veselām stundām)**

B)

Laiks stundās (x)	Absolūtais biežums, skolēnu skaits (f)	Relatīvais biežums $\frac{f_i}{n} \cdot 100\%$
1		
2		
...		
10		
Kopā:	***n*** **=**	

Vieta aprēķiniem:

C) **nosakiet šo datu**

a. **aritmētisko vidējo –** $\bar{x} = \dfrac{x_1 \cdot f_1 + x_2 \cdot f_2 + ... + x_n \cdot f_n}{n}$ =__________

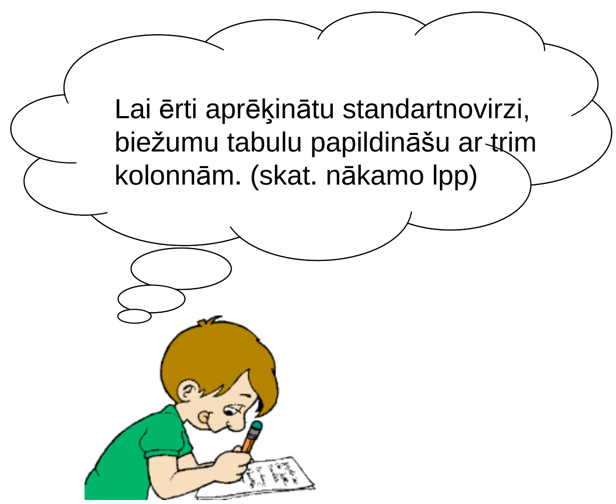
b. **modu** ***Mo*** **=**_________
Moda (Mo) – visbiežāk sastopamā kopas elementu vērtība;

c. **mediānu**
Mediāna (Me) **-** *vidējais rezultāts skaitļu rindā, kurā visi kopas elementi sakārtoti augošā secībā.* ***Me*** =_________

d. **amplitūdu** ***R*** **=**__________
Amplitūda (R) *ir starpība starp kopas lielāko un mazāko vērtību.*

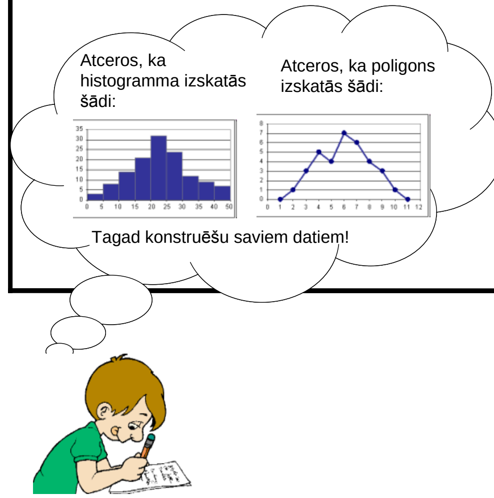
e. **Standartnovirzi** ***S*** **=**_____

Vieta aprēķiniem:



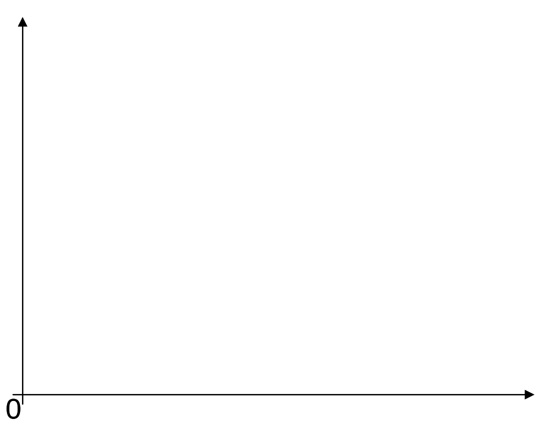
Laiks stundās (x)	Skaits (f)	$(x-\bar{x})$	$(x-\bar{x})^2$	$(x-\bar{x})^2\cdot f$
1				
…				
kopā	***n*** **=**			$\sum(x-\bar{x})^2\cdot f=$

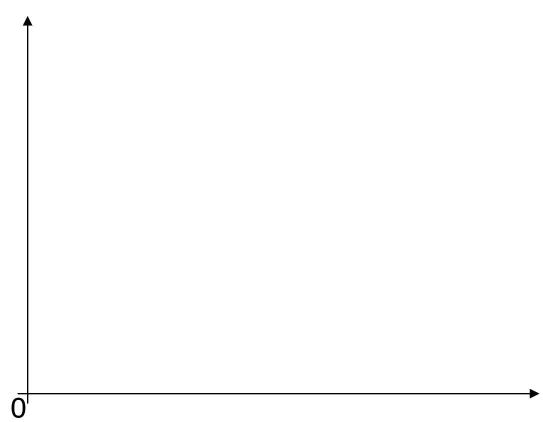
Vieta aprēķiniem:



C) konstruēt

a. **histogrammu, izmantojot absolūto biežumu;**
b. **poligonu, izmantojot absolūto biežumu.**



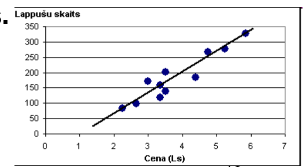


- ✓ **Lai nostiprinātu stundā iegūtās zināšanas un prasmes, mājās izpildi uzdevumu par televīzījas skatīšanos!**

Nākamās stundas uzdevums tēmai par statistikas elementiem.

- ✓ **Nosakiet vai pastāv kolerācija starp laiku, ko skolēni pavada skatoties televizoru un laiku, kuru pavada pie datora?**

Lai iegūtu priekšstatu par divu datu kopu korelāciju, atliek datu vērtības – skaitļu pārus kā punktus koordinātu plaknē. Pēc punktu izvietojuma var spriest par korelāciju. Ja iegūtie punkti izvietojas uz vienas taisnes jeb cieši ap kādu taisni, starp abu kopu elementiem pastāv korelācija – sakarība. Tātad, mainoties vienas pazīmes vērtībām, mainās arī otras pazīmes vērtības.



3.UZDEVUMS:

Aprēķini izteiksmju vērtības. Katra izteiksmes vērība apzīmē burta kārtas skaitli latviešu alfabētā. Ieraksti attiecīgo burtu rūtiņā un izlasi visu teikumu. Rūtiņas ar vienādiem burtiem apzīmētas ar vienu un to pašu skaitli.

1. $5\log_5 125+3$
2. $\log_2 9-\log_2 5-\log_2 1.8+23$
3. $5(\lg 8+\lg 5+\lg 2.5)$
4. $-\frac{1}{4}\log_3 81$
5. $2\log_5 25+3\log_2 64+3$
6. $\log_{\frac{1}{3}} 729+19$
7. $3-5\log_2 \log_2 \sqrt[8]{\sqrt[4]{2}}$
8. $\log_5 4+\log_5 0.25+5\log_2 16$
9. $2^{\log_2 24-3}+10^{1-\lg 2.5}$
10. $14\log_5 25+8\log_{\frac{1}{81}} 27+2\log_8 64$
11. $9^{\log_3 2}$
12. $4\log_2 \log_2 16+\log_3 9$
13. $\dfrac{\log_4 27}{\log_4 3}$
14. $64^{\log_8 6}:3^{\frac{1}{2}\log_3 16}+\log_3 27$
15. $49^{\frac{1}{2}\log_7 12}+5^{2\log_5 2}$

Logaritmu īpašības:

$\log_a (xy)=\log_a x+\log_a y$

$\log_a \frac{x}{y}=\log_a x-\log_a y$

$\log_a x^n=n\log_a x$

$\log_a \sqrt[n]{x}=\frac{1}{n}\log_a x$

$\log_{10} b=\lg b$

$a^{\log_a b}=b$

$\log_{a^n} b=\frac{1}{n}\log_a b$

TEIKUMS:

Grieķu izcelsmes vārds

1	2	3	4	5	6	7	8	9

veidots no

1	2	3	2	9	–	4	7	7	6	10	11	12	13	4

un

4	5	6	7	14	8	2	9	–	9	15	4	6	7	1	6	9	

Vieta aprēķiniem:

2.uzdevums - situācija

....	....	....	....
Datums	Grupa	Vārds	Uzvārds

Kā jāaprēķina algu?

(1. variants)

Strādniekam mēnesī aprēķināta alga Ls 350 bez nodokļu nomaksas. Cik lielu naudas summu mēnesī strādnieks saņems pēc visu nodokļu nomaksas?

Zināms, ka strādnieks strādā ar nodokļu grāmatiņu, viņam nav neviena apgādājama un no 2011.gada 01. janvāra

- neapliekamais minimums ir Ls 45 ;
- darba ņēmēja sociālās apdrošināšanas obligāto iemaksu likme ir 11% ;
- iedzīvotāju ienākuma nodokļa likme ir 25 %.

Piezīme!

- **Apgādājamais** - cilvēks, kas atrodas kāda pastāvīgā apgādībā ar dzīvei nepieciešamo, pamatoties uz to strādnieks saņema atvieglojumu no nodokļiem.
- **(A – NM – SN) ∗ IN% = IN,**

kur A - Alga bez nod. nomaksas,
NM - neapliek. minimums,
SN - sociāl. nodoklis,
IN% - iedzīvotāju ienākuma nodokļa likme,
IN – ienākuma nodoklis.

Vieta aprēķiniem:

Kā jāaprēķina algu?

(1. variants)

Risinājums

Strādniekam mēnesī aprēķināta alga Ls 350 bez nodokļu nomaksas. Cik lielu naudas summu mēnesī strādnieks saņems pēc visu nodokļu nomaksas?

Zināms, ka strādnieks strādā ar nodokļu grāmatiņu, viņam nav neviena apgādājama un no 2011.gada 01. janvāra

- neapliekamais minimums ir Ls 45 ;
- darba ņēmēja sociālās apdrošināšanas obligāto iemaksu likme ir 11% ;
- iedzīvotāju ienākuma nodokļa likme ir 25 %.

Piezīme!

- **Apgādājamais** - cilvēks, kas atrodas kāda pastāvīgā apgādībā ar dzīvei nepieciešamo, pamatoties uz to strādnieks saņema atvieglojumu no nodokļiem.
- **(A – NM – SN) ∗ IN% = IN,**

kur A - Alga bez nod. nomaksas,
NM - neapliek. minimums,
SN - sociāl. nodoklis,
IN% - iedzīvotāju ienākuma nodokļa likme,
IN – ienākuma nodoklis.

Risinājums:

$350 \cdot 0.11 = 38.50$ (lati) - sociālais nodoklis;

$350 - 38.50 - 45 = 266.5$ (lati) - alga bez sociāla nodokļa un neapliekama minimuma;

$266.5 \cdot 0.25 = 66.63$ (lati) - iedzīvotāju ienākuma nodoklis;

$350 - 38.5 - 66.63 = 244.87$ (lati) – tik lielu naudas summu mēnesī strādnieks saņems pēc visu nodokļu nomaksas

Atbilde: 244.87 lati strādnieks saņems pēc visu nodokļu nomaksas.

....	....	....	....
Datums	Grupa	Vārds	Uzvārds

Kā jāaprēķina algu?
(2. variants)

Strādniekam mēnesī aprēķināta alga Ls 350 bez nodokļu nomaksas. Cik lielu naudas summu mēnesī strādnieks saņems pēc visu nodokļu nomaksas?

Zināms, ka strādnieks strādā ar nodokļu grāmatiņu, viņam ir viens apgādājamais un no 2011.gada 01. janvāra

- neapliekamais minimums ir Ls 45 ;
- darba ņēmēja sociālās apdrošināšanas obligāto iemaksu likme ir 11% ;
- iedzīvotāju ienākuma nodokļa likme ir 25 % ;
- atvieglojums par **vienu** apgādībā esošu personu ir Ls 70.

Piezīme!

- **Apgādājamais** - cilvēks, kas atrodas kāda pastāvīgā apgādībā ar dzīvei nepieciešamo, pamatoties uz to strādnieks saņema atvieglojumu no nodokļiem.
- **$(A - NM - SN - Ap) * IN\% = IN$,**

kur A - Alga bez nod. nomaksas,
NM - neapliek. minimums,
SN - sociāl. nodoklis,
Ap – apgādājama summa
IN% - iedzīvotāju ienākuma nodokļa likme
IN – ienākuma nodoklis.

Vieta aprēķiniem:

Kā jāaprēķina algu?

(2. variants)
Risinājums

Strādniekam mēnesī aprēķināta alga Ls 350 bez nodokļu nomaksas. Cik lielu naudas summu mēnesī strādnieks saņems pēc visu nodokļu nomaksas?

Zināms, ka strādnieks strādā ar nodokļu grāmatiņu, viņam ir viens apgādājamais un no 2011.gada 01. janvāra

- neapliekamais minimums ir Ls 45 ;
- darba ņēmēja sociālās apdrošināšanas obligāto iemaksu likme ir 11% ;
- iedzīvotāju ienākuma nodokļa likme ir 25 % ;
- atvieglojums par **vienu** apgādībā esošu personu ir Ls 70.

Piezīme!

- **Apgādājamais** - cilvēks, kas atrodas kāda pastāvīgā apgādībā ar dzīvei nepieciešamo, pamatoties uz to strādnieks saņema atvieglojumu no nodokļiem.
- **(A – NM – SN - Ap) ∗ IN% = IN,**

kur A - Alga bez nod. nomaksas,
NM - neapliek. minimums,
SN - sociāl. nodoklis,
Ap – apgādājama summa
IN% - iedzīvotāju ienākuma nodokļa likme
IN – ienākuma nodoklis.

Risinājums:

$350 \cdot 0.11 = 38.50$ (lati) - sociālais nodoklis;

$350 - 38.50 - 45 - 70 = 196.5$ (lati) - alga bez sociāla nodokļa, neapliekama minimuma un apgādājama summas;

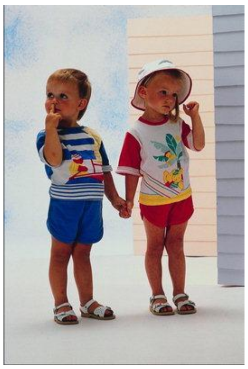
$196.5 \cdot 0.25 = 49.13$ (lati) - iedzīvotāju ienākuma nodoklis;

$350 - 38.5 - 49.13 = 262.37$ (lati) – tik lielu naudas summu mēnesī strādnieks saņems pēc visu nodokļu nomaksas

Atbilde: 262.37 lati strādnieks saņems pēc visu nodokļu nomaksas.

....
Datums Grupa Vārds Uzvārds

Kā jāaprēķina algu?
(3. variants)



Strādniekam mēnesī aprēķināta alga Ls 350 bez nodokļu nomaksas. Cik lielu naudas summu mēnesī strādnieks saņems pēc visu nodokļu nomaksas?

Zināms, ka strādnieks strādā ar nodokļu grāmatiņu, viņam ir divi apgādājamie un no 2011.gada 01. janvāra

- neapliekamais minimums ir Ls 45 ;
- darba ņēmēja sociālās apdrošināšanas obligāto iemaksu likme ir 11% ;
- iedzīvotāju ienākuma nodokļa likme ir 25 % ;
- atvieglojums par **vienu** apgādībā esošu personu ir Ls 70.

Piezīme!

- **Apgādājamais** - cilvēks, kas atrodas kāda pastāvīgā apgādībā ar dzīvei nepieciešamo, pamatoties uz to strādnieks saņema atvieglojumu no nodokļiem.
- $(A – NM – SN - 2 * Ap) * IN\% = IN$,

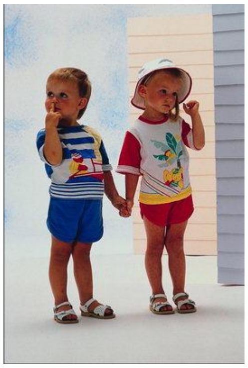
kur A - Alga bez nod. nomaksas,
NM - neapliek. minimums,
SN - sociāl. nodoklis,
Ap –apgādājama summa,
IN% - iedzīvotāju ienākuma nodokļa likme,
IN – ienākuma nodoklis.

Vieta aprēķiniem:

Kā jāaprēķina algu?

(3. variants)

Risinājums



Strādniekam mēnesī aprēķināta alga Ls 350 bez nodokļu nomaksas. Cik lielu naudas summu mēnesī strādnieks saņems pēc visu nodokļu nomaksas?

Zināms, ka strādnieks strādā ar nodokļu grāmatiņu, viņam ir divi apgādājamie un no 2011.gada 01. janvāra

- neapliekamais minimums ir Ls 45 ;
- darba ņēmēja sociālās apdrošināšanas obligāto iemaksu likme ir 11% ;
- iedzīvotāju ienākuma nodokļa likme ir 25 % ;
- atvieglojums par **vienu** apgādībā esošu personu ir Ls 70.

Piezīme!

- **Apgādājamais** - cilvēks, kas atrodas kāda pastāvīgā apgādībā ar dzīvei nepieciešamo, pamatoties uz to strādnieks saņema atvieglojumu no nodokļiem.
- $(A - NM - SN - 2 * Ap) * IN\% = IN$,

kur A - Alga bez nod. nomaksas,
NM - neapliek. minimums,
SN - sociāl. nodoklis,
Ap –apgādājama summa,
IN% - iedzīvotāju ienākuma nodokļa likme,
IN – ienākuma nodoklis.

Risinājums:

$350 \cdot 0.11 = 38.50$ (lati) - sociālais nodoklis;

$350 - 38.50 - 45 - (2 \cdot 70) = 126.5$ (lati) - alga bez sociāla nodokļa, neapliekama minimuma un apgādājamu summas;

$126.5 \cdot 0.25 = 31.63$ (lati) - iedzīvotāju ienākuma nodoklis;

$350 - 38.5 - 31.63 = 279.87$ (lati) – tik lielu naudas summu mēnesī strādnieks saņems pēc visu nodokļu nomaksas

Atbilde: 279.87 lati strādnieks saņems pēc visu nodokļu nomaksas.

....	....	....	....
Datums	Grupa	Vārds	Uzvārds

Kā jāaprēķina algu?

(4. variants)

Strādniekam mēnesī aprēķināta alga Ls 350 bez nodokļu nomaksas. Cik lielu naudas summu mēnesī strādnieks saņems pēc visu nodokļu nomaksas?

Zināms, ka strādnieks strādā bez nodokļu grāmatiņas pēc līguma un no 2011.gada 01. janvāra

- neapliekamais minimums ir Ls 45 ;
- darba ņēmēja sociālās apdrošināšanas obligāto iemaksu likme ir 11% ;
- iedzīvotāju ienākuma nodokļa likme ir 25 % ;

Piezīme!

(A – SN) ∗ IN% = IN,

kur A - Alga bez nod. nomaksas,
SN - sociāl. nodoklis,
IN% - iedzīvotāju ienākuma nodokļa likme,
IN – ienākuma nodoklis.

Vieta aprēķiniem:

Kā jāaprēķina algu?

(4. variants)

Risinājums

Strādniekam mēnesī aprēķināta alga Ls 350 bez nodokļu nomaksas. Cik lielu naudas summu mēnesī strādnieks saņems pēc visu nodokļu nomaksas?

Zināms, ka strādnieks strādā bez nodokļu grāmatiņas pēc līguma un no 2011.gada 01. janvāra

- neapliekamais minimums ir Ls 45 ;
- darba ņēmēja sociālās apdrošināšanas obligāto iemaksu likme ir 11% ;
- iedzīvotāju ienākuma nodokļa likme ir 25 % ;

Piezīme!

(A – SN) ∗ IN% = IN,

kur A - Alga bez nod. nomaksas,

SN - sociāl. nodoklis,

IN% - iedzīvotāju ienākuma nodokļa likme,

IN – ienākuma nodoklis.

Risinājums:

$350 \cdot 0.11 = 38.50$ (lati) - sociālais nodoklis;

$(350 - 38.50) \cdot 0.25 = 77.78$ (lati) - iedzīvotāju ienākuma nodoklis;

$350 - 38.5 - 77.78 = 233.62$ (lati) – tik lielu naudas summu mēnesī strādnieks saņems pēc visu nodokļu nomaksas

Atbilde: 233.62 lati strādnieks saņems pēc visu nodokļu nomaksas.

3. uzdevums – situācija

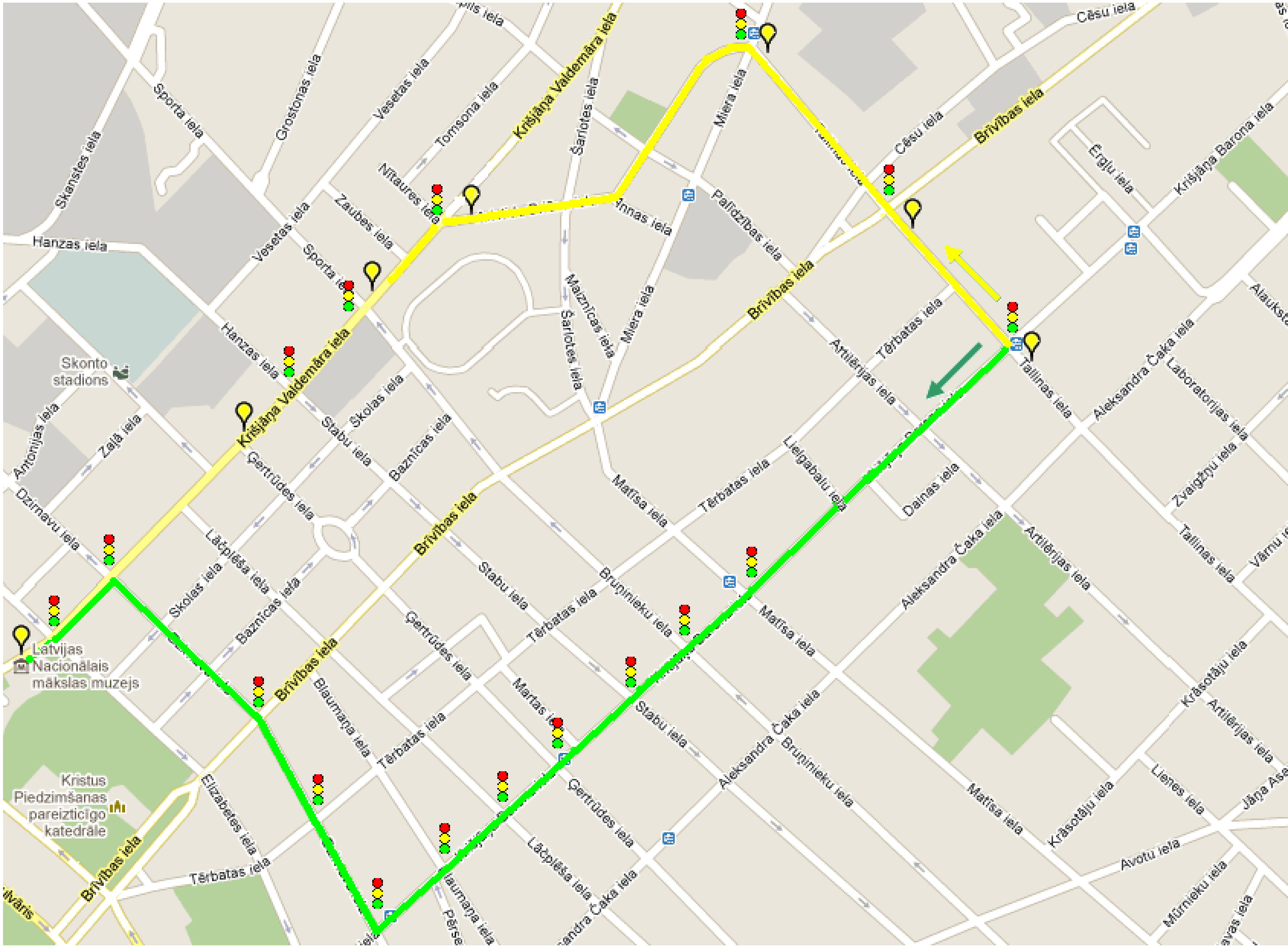
Izmantojot karti un dotos, jāaprēķina nobraukto attālumu, braukšanas laiku un ceļa izmaksas.

Skolēnam jāprot rīkoties ar karti un mērogu, pārveidot citās mērvienībās, noapaļot skaitļus. Jāzina trijskaitļu likums.

Skolēnus var sadalīt 2 variantos, kur 1. variants aprēķinās ceļu un braukšanas laiku automobilim, bet 2.variants – trolejbusam. Apspriežot rezultātus, skolēni varēs aprēķināt uzdevuma 3.punktu.

Uzdevuma izpildes laiks – 30 min.

eklis



Apzīmējumi :

Trolejbusa ceļš — Trolejbusa pietura

Automobiļa ceļš — Luksofors

Mērogs
1:10 000

Uzdevums

Juris un Andris ir apmeklējuši Latvijas Nacionāla mākslas muzeja izstādi. Juris uz izstādi brauca ar savu automobili, bet Andris brauca ar 5. trolejbusu. Par atskaites punktu jāuzskata Krišjāņa Barona un Tallinas ielas krustojumu.

<u>Izmantojot dotos un karti, aprēķiniet:</u>

1. Cik lielu attālumu kilometros veica Juris un cik lielu Andris? (noapaļojiet līdz 0,1 km).
2. Kurš no zēniem uz izstādi atbrauca agrāk, ja ir zināms, ka trolejbusa vidējais ātrums bija 30 km/h, bet automobiļa vidējais ātrums 45 km/h? Ievērosim, ka trolejbuss stāvēja 15 sekundes katrā pieturā un vienu minūti pie katra luksofora, bet automobilis 1 minūti stāvēja pie katra 3. luksofora (par pirmo luksoforu tiks uzskatīts luksofors Tallinas un Krišjāņa Barona ielas krustojumā).
3. Aprēķiniet, kuram ceļš izmaksāja vairāk, ja Andris nopirka trolejbusā biļeti par Ls 0,70, bet Juris iegādājas benzīnu par Ls 0,80 litrā. (Jura automobilis patērē 10 litrus uz 100 km).

Vieta aprēķiniem: