Valentīna Beinaroviča

Pielikumi tematiskajam plānam "Logaritmiskie vienādojumi un nevienādības"

Materiāls izstrādāts
ESF Darbības programmas 2007. - 2013.gadam "Cilvēkresursi un nodarbinātība"
prioritātes 1.2. "Izglītība un prasmes"
pasākuma 1.2.1. "Profesionālās izglītības un vispārējo prasmju attīstība"
aktivitātes 1.2.1.2. "Vispārējo zināšanu un prasmju uzlabošana"
apakšaktivitātes 1.2.1.1.2. "Profesionālajā izglītībā iesaistīto pedagogu
kompetences paaugstināšana"
Latvijas Universitātes realizētā projekta
"Profesionālajā izglītībā iesaistīto vispārizglītojošo mācību priekšmetu pedagogu
kompetences paaugstināšana"
(Vienošanās Nr.2009/0274/1DP/1.2.1.1.2/09/IPIA/VIAA/003,
LU reģistrācijas Nr.ESS2009/88) īstenošanai.

Rīga, 2011.

1. pielikums

Mūzika un logaritmi

Spēlējot klavieres, mūziķi visdrīzāk nenojauš, ka viņi spēlē uz logaritmiem..., jo, tā sauktās temperētās hromatiskās gammas "pakāpes" nav izvietotas vienādos attālumos ne attiecībā pret svārstību skaitiem, ne attiecībā pret atbilstošo skaņu viļņu garumiem, bet izsaka šo lielumu logaritmus. Šo logaritmu bāze ir 2.

Ja pieņem, ka vismazākās oktāvas - sauksim to par **nulles** oktāvu, noti **do** nosaka n svārstības sekundē, tad **pirmās** oktāvas **do** izdarīs $2n$ svārstības sekundē, bet **m-tās** oktāvas - $n \cdot 2^m$ svārstības, utt.

Apzīmējot klavieru hromatiskās gammas visas notis ar numuriem, piemēram, pieņemot katras oktāvas pamattoni **do** par nulles toni, tad, piemēram, tonis **sol** būs septītais, **la** - devītais utt., divpadsmitais tonis atkal būs **do**, tikai par vienu oktāvu augstāks.

Tā kā temperētā hromatiskā gammā katram nākošajam tonim ir $\sqrt[12]{2}$ reizes lielāks svārstību skaits, salīdzinot ar iepriekšējo toni, tad jebkura toņa svārstību skaitu var izteikt ar formulu

$$N_{pm} = n \cdot 2^m (\sqrt[12]{2})^p$$

p - nots numurs oktāvā,
m - oktāvas numurs,
n - viszemākā **do** svārstību skaits.

Logaritmējot (pie bāzes 10) šo formulu, iegūstam

$$\lg N_{pm} = \lg n + m \lg 2 + p \frac{1}{12} \lg 2$$

vai

$$\lg N_{pm} = \lg n + \left(m + \frac{1}{12} \lg 2 \right) \lg 2,$$

bet, pieņemot viszemākā **do** svārstību skaitu par vienību ($n = 1$) un reducējot visus logaritmus uz bāzi 2 (vienkārši pieņemot, ka $\lg 2 = 1$), iegūstam

$$\lg N_{pm} = m + \frac{p}{12}.$$

Iegūtā formula izsaka atbilstošo skaņu svārstību skaitu logaritmus. Piemēram, trešās oktāvas tonī **sol**

$$\lg N_{73} = 3 + \frac{7}{12},$$

aprēķinot, svārstību skaits ir $2^{3,583}$, t.i., $11,98$ reizes lielāks par pirmās oktāvas toņa **do** svārstību skaitu.

Logaritmus lieto arī trokšņa skaļuma (bellos, decibellos) un zvaigžņu spožuma (spožuma pakāpe) novērtēšanā pēc logaritmiskās skalas. Patiesībā troksnis un spožums ir saistīti ar sajūtām un kairinājumiem, kuri tās rada. Kā viena, tā otra parādība atbilst vispārīgam likumam (tā sauktajam "Fehnera psihofizikālajam likumam"), kas skan: **sajūtas lielums ir proporcionāls kairinājuma lieluma logaritmam.**

2. pielikums

Logaritmi elektriskajā apgaismojumā

Vēl ne tik sen pārsvarā tika lietotas kvēldiega spuldzītes. Tās varēja būt vakuuma un ar gāzi pildītas (bieži sauktas par "pusvata" spuldzēm). Ar gāzi pildītās spuldzes dod spožāku gaismu nekā vakuuma spuldzes ar metāla pavedienu no tā paša materiāla. Iemesls šai parādībai ir dažāda kvēldiega temperatūra. Pēc fizikas likuma baltkvēlē izstarotais gaismas daudzums pieaug proporcionāli absolūtās temperatūras ($-273°$ C) divpadsmitajai pakāpei.

Uzdevums. Noteikt, cik reizes "pusvata" spuldze, kuras kvēldiega temperatūra ir 2500° pēc absolūtās skalas (t.i., skaitot no $-273°$ C), izstaro vairāk gaismas par vakuuma spuldzi ar kvēldiegu, kas sakarsēts līdz 2200° (pēc absolūtās skalas).

Aprēķināt, par cik % jāpaaugstina absolūtā $t°$, lai spuldzes spožums divkāršotos?

Aprēķināt, par cik % pieaugs spuldzes spožums, ja tās kvēldiega $t°$ (absolūtā) pieaug par 1%?

Atrisinājums.

1. Ar x apzīmēsim attiecību (pēc fizikas likuma)

$$x = \left(\frac{2500}{2200}\right)^{12} = \left(\frac{25}{22}\right)^{12}.$$

Logaritmējot pie bāzes 10

$$\lg x = 12(\lg 25 - \lg 22)$$

un veicot aprēķinus, iegūst $x = 4,6$, t.i., ar gāzi pildītā spuldze izstaro $4,6$ reizes vairāk gaismas par vakuuma spuldzi. Piemēram, ja vakuuma spuldze dod 50 sveču gaismu, tad, ar gāzi pildīta spuldze tajos pašos apstākļos dos 230 sveču gaismu.

2. Lai aprēķinātu, par cik % jāpaaugstina absolūtā t°, lai spuldzes spožums divkāršotos, sastādīsim vienādojumu

$$\left(1 + \frac{x}{100}\right)^{12} = 2.$$

Logaritmējot, iegūstam

$$\lg\left(1 + \frac{x}{100}\right) = \frac{\lg 2}{12} \ \text{ un } \ x = 6\%.$$

3. $x = 1,01^{12}$.

Logaritmējot $\lg x = 12 \lg 1,01$, atrodam $x = 1,13$, t.i., spožums pieaugs par 13%.

Aprēķināt spožuma pieaugumu, pieaugot temperatūrai
1) par 2% [Atbilde: 27%];
2) par 3% [Atbilde: 43%].

3. pielikums

Atkārtojums. Logaritmisko izteiksmju vērtību aprēķināšana un logaritmisko īpašību pielietošana.

Skolotājs organizē darbu grupās vai pāros. Katra grupa (pāris) saņem vienu uzdevumu variantu, pēc sava varianta atrisināšanas ieraksta rezultātus tabulā (skat. pielikumu 5) un mainās ar citu grupu (pāri) (maiņa var notikt pēc ķēdītes principa pulksteņa rādītāja virzienā, vai kā citādi), līdz saņem atkal savu variantu. Tabulā ieraksta visu variantu atbildes, pēc tam salīdzina (skolotājs var demonstrēt arī uz tāfeles pareizās atbildes, skat. pielikumu 4).

4. pielikums

Atbildes

(skolotājam)

	I	II	III	IV	V	VI	VII
1.	3	3	2	0	1	3	2
2.	-2	-2	-3	-2	-2	0	-4
3.	$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{2}$	4	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{2}$	$1\frac{1}{3}$	$1,5$
4.	3	-1	64	$4\frac{1}{3}$	3	-1	-2
	$VIII$	IX	X	XI	XII	$XIII$	XIV
1.	3	4	2	2	3	2	5
2.	-3	-2	-2	-2	-2	-2	$\frac{1}{2}$
3.	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	4	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$-0,5$
4.	2	81	0	-1	$\frac{1}{27}$	-2	-1

5. pielikums

Atbildes

(skolēna lapa)

	I	II	III	IV	V	VI	VII
1.							
2.							
3.							
4.							
	$VIII$	IX	X	XI	XII	$XIII$	XIV
1.							
2.							
3.							
4.							