



## Stacija Iracionālie vienādojumi ar parametru

### Skolēnu darba lapa

Cik un kādi ir atrisinājumi vienādojumam  $\sqrt{x^2 - x} = a - x$  ?

1. Sastādi atrisinājuma plānu un nosaki atrisinājumus!

2. Apkopo rezultātus tabulā!

$\sqrt{x^2 - x} = a - x$	
Parametra vērtība	Vienādojuma atrisinājumi

## Stacija Eksponentvienādojumi ar parametru

### Skolēnu darba lapa

Ar kādām parametra  $k$  vērtībām vienādojumam  $4^{\frac{2}{x}} + k4^{\frac{1}{x}} - k - 1 = 0$  eksistē atrisinājumi?

1. Sastādi atrisinājuma plānu un nosaki atrisinājumus!

2. Atbilde.

## Stacija Logaritmiskie vienādojumi ar parametru

### Skolēnu darba lapa

Ar kādām parametra  $a$  vērtībām vienādojumam  $\log_{4x}(1+ax) = \frac{1}{2}$  ir viens atrisinājums?

1. Sastādi atrisinājuma plānu un nosaki atrisinājumus!

**2. Atbilde.**

## Stacija Trigonometriskie vienādojumi ar parametru.

### Skolēnu darba lapa

Ar kādām parametra  $a$  vērtībām vienādojumi  $x^2=a$  un  $\sin^2x-(a+3)\sin x+3a=0$  ir ekvivalenti?

**Atrisinājums.**

**Atbilde.**

# Vienādojumi ar parametru

## Skolotāja darba lapa

### Mērķis

Pilnveidot prasmi pētīt vienādojumu atrisinājumus atkarībā no parametra, apkopot informāciju, vispārināt, izvirzīt un pierādīt hipotēzi, strādājot grupās.

### Nepieciešamie jēdzieni un prasmes

Vienādojums, parametrs, vienādojuma pētīšana atkarībā no parametra.

### Veidojamie jēdzieni, prasmes

Dažādo parametra vērtību atrašana, atrisinājumu noteikšana atkarībā no parametra, datu apkopošana

### Nepieciešamie materiāli

Darba lapa, papīrs, rakstāmais, kalkulators.

Ieteicams skolēnus sadalīt grupās. Iegūto informāciju grupa apkopo kopīgā tabulā. Kad tabulu pārbaudījis kontrolieris – skolotājs vai skolēns, darba grupa var doties uz nākamo staciju.

## Stacija Iracionālie vienādojumi ar parametru

### Atrisinājums.

$$\sqrt{x^2 - x} = a - x$$

$$\begin{cases} x^2 - x \geq 0 \\ a - x \geq 0 \\ x^2 - x = (a - x)^2 \end{cases}$$

$$x(1-2a) = -a^2 \quad a \neq \frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} x = -\frac{a^2}{1-2a} \\ x \leq a \end{cases}$$

$$\frac{-a^2 - a(1-2a)}{1-2a} \leq 0$$

$$\frac{a^2 - a}{1-2a} \leq 0$$

$$\begin{cases} a^2 - a \leq 0 \\ 1 - 2a > 0 \end{cases}$$

$$\text{vai } \begin{cases} a^2 - a \geq 0 \\ 1 - 2a < 0 \end{cases}$$

Pirmās sistēmas atrisinājums ir  $[0; 0,5)$ , otrās sistēmas atrisinājums ir  $[1; \infty)$

**Rezultātu apkopojums tabulā:**

$\begin{cases} ax + (a-1)y = 1 \\ (a+1)x - (5-3a)y = a \end{cases}$	
Parametra vērtība	Vienādojuma atrisinājumi
$a \in [0; 0,5) \cup [1; \infty)$	$x = -\frac{a^2}{1-2a}$
$a \in (-\infty; 0) \cup [0,5; 1)$	Vienādojumam nav atrisinājuma

### Stacija Eksponentvienādojumi ar parametru

Ar kādām parametra  $k$  vērtībām vienādojumam  $4^{\frac{2}{x}} + k4^{\frac{1}{x}} - k - 1 = 0$  eksistē atrisinājumi?

**Atrisinājums.**

$$4^{\frac{1}{x}} = y$$

$$y^2 + ky - k - 1 = 0$$

$$(y-1)(y+k+1) = 0$$

$$y_1 = 1; \quad y_2 = -k-1$$

Ja  $y_1=1$ , tad vienādojumam  $4^{\frac{1}{x}} = y$  nav atrisinājuma, jo  $\frac{1}{x} \neq 0$ .

Ja  $y_2=-k-1$ , tad  $4^{\frac{1}{x}} = y$  ir atrisinājums tad un tikai tad, ja  $-k-1 > 0$  un  $-k-1 \neq 1$ , jeb  $k < -1$  un  $k \neq -2$ .

**Atbilde.** Vienādojumam  $4^{\frac{2}{x}} + k4^{\frac{1}{x}} - k - 1 = 0$  eksistē atrisinājumi, ja  $k < -1$  un  $k \neq -2$ .

## Stacija Logaritmiskie vienādojumi ar parametru

Ar kādām parametra  $a$  vērtībām vienādojumam  $\log_{4x}(1+ax) = \frac{1}{2}$  ir viens atrisinājums?

**Atrisinājums.**

Pēc logaritma definīcijas, ja  $x > 0$  un  $x \neq 1/4$

$$1 + ax = 2\sqrt{x}$$

Apzīmēsim  $\sqrt{x} = y$

$$ay^2 - 2y + 1 = 0$$

Ja  $a=0$ , tad  $-2y+1=0$

$y=0,5$  un atvietojot  $\sqrt{x} = y$   $\sqrt{x} = 0,5$   $x = \frac{1}{4}$ , kas neatbilst sākuma nosacījumam.

Tātad  $a \neq 0$ .

Ja  $a \neq 0$ , tad  $ay^2 - 2y + 1 = 0$  ir viens vienīgs atrisinājums, ja  $D=0$ .

$$D = 4 - 4a = 0; a = 1.$$

Ja  $a=1$ , tad  $y^2 - 2y + 1 = 0$   $y=1$ ,  $x=1$

**Atbilde.** Vienādojumam  $\log_{4x}(1+ax) = \frac{1}{2}$  ir viens vienīgs atrisinājums  $x=1$ , ja  $a=1$ .



## Stacija Trigonometriskie vienādojumi ar parametru.

Ar kādām parametra  $a$  vērtībām vienādojumi  $x^2=a$  un  $\sin^2x-(a+3)\sin x+3a=0$  ir ekvivalenti?

### Atrisinājums.

Vienādojumam  $x^2=a$  ir ne vairāk kā divi atrisinājumi, bet vienādojumam  $\sin^2x-(a+3)\sin x+3a=0$  ir vai nu neviens atrisinājums vai bezgalīgi daudz atrisinājumu. Tātad abi vienādojumi var būt ekvivalenti tad un tikai tad, ja tiem nav atrisinājumu.

$x^2=a$  nav atrisinājumu, ja  $a<0$ . Vienādojumā  $\sin^2x-(a+3)\sin x+3a=0$  aizvietojam  $\sin x=t$ ,  $t^2-(a+3)t+3a=0$ ;  $t=a$ ;  $t=3$ .  $\sin x=a$  vai  $\sin x=3$  (atsisinājumu nav).

$\sin x=a$  nav atrisinājumu, ja  $a<-1$  vai  $a>1$ .

**Atbilde.** Tātad abi vienādojumi ir ekvivalenti, ja tiem nav atrisinājumu, un tas ir, ja  $a<-1$ .