



Pētnieciskais darbs Vienādojumu sistēma ar parametru

Skolēna darba lapa

Pētāmā problēma

Cik un kādi ir atrisinājumi vienādojumam
$$\begin{cases} ax + (a - 1)y = 1 \\ (a + 1)x - (5 - 3a)y = a \end{cases} ?$$

Darba piederumi

Papīrs, rakstāmais, kalkulators

Datu apstrāde, hipotēzes izvirzīšana un pierādīšana

1. Izsaki hipotēzi par to no kā ir atkarīgs atrisinājumu skaits!
2. Nosaki vienādojuma atrisinājumu, ja $a=0$!
3. Nosaki atrisinājumu, ja parametrs $a \neq 0$!

4. Apkopo rezultātus tabulā!

$\begin{cases} ax + (a - 1)y = 1 \\ (a + 1)x - (5 - 3a)y = a \end{cases}$	
Parametra vērtība	Vienādojumu sistēmas atrisinājumi

Rezultātu izvērtēšana un secinājumi

Kādas matemātikas zināšanas tu izmantoji, pētot šo problēmu?

Pētnieciskais darbs Vienādojumu sistēma ar parametru

Skolotāja darba lapa

Mērķis

Pilnveidot prasmi pētīt vienādojumu atrisinājumus atkarībā no parametra, apkopot informāciju, vispārināt, izvirzīt un pierādīt hipotēzi, strādājot pa pāriem.

Nepieciešamie jēdzieni un prasmes

Kvadrāt vienādojums, parametrs, lineāra vienādojuma pētīšana atkarībā no parametra.

Veidojamie jēdzieni, prasmes

Dažādo parametra vērtību atrašana, atrisinājumu noteikšana atkarībā no parametra, datu apkopošana

Nepieciešamie materiāli

Darba lapa, papīrs, rakstāmais, kalkulators.

Izpildes laiks 15 minūtes.

Ieteicams skolēnus sadalīt grupās pa pāriem. Iegūto informāciju grupa apkopo kopīgā tabulā.

Pētāmā problēma

Pētāmā problēma

Cik un kādi ir atrisinājumi vienādojumam
$$\begin{cases} ax + (a - 1)y = 1 \\ (a + 1)x - (5 - 3a)y = a \end{cases} ?$$

Darba piederumi

Papīrs, rakstāmais, kalkulators

Datu apstrāde, hipotēzes izvirzīšana un pierādīšana

1. Izsaki hipotēzi par to no kā ir atkarīgs atrisinājumu skaits!

2. Nosaki vienādojuma atrisinājumu, ja $a=0$!

$$\begin{cases} 0x - y = 1 \\ x - 5y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = -5 \\ y = -1 \end{cases}$$

3. Nosaki atrisinājumu, ja parametrs $a \neq 0$!

Izsakām no pirmā vienādojuma x : $x = \frac{1 - (a - 1)y}{a}$

Ievietojam to otrā vienādojumā un iegūstam sistēmu

$$\begin{cases} x = \frac{1 - (a - 1)y}{a} \\ (a + 1) \frac{1 - (a - 1)y}{a} - (5 - 3a)y = a \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{1 - (a - 1)y}{a} \\ a + 1 - (a^2 - 1)y - (5a - 3a^2)y = a^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{1 - (a - 1)y}{a} \\ y(a^2 - 1 + 5a - 3a^2) = a + 1 - a^2 \end{cases}$$

$$y(2a^2 - 5a + 1) = a^2 - a - 1$$

$2a^2 - 5a + 1 = 0$, ja $a = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{4}$, bet pie šīm vērtībām vienādojuma labā puse nav vienāda ar nulli, tāpēc vienādojumu sistēmai nav atrisinājuma.

Ja $a \neq \frac{5 \pm \sqrt{17}}{4}$ un $a \neq 0$, tad

$$y = \frac{a^2 - a - 1}{2a^2 - 5a + 1} \text{ un}$$

$$\begin{cases} x = \frac{1 - (a - 1) \frac{a^2 - a - 1}{2a^2 - 5a + 1}}{a} \\ y = \frac{a^2 - a - 1}{2a^2 - 5a + 1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{-a^3 + 4a^2 - 5a}{2a^2 - 5a + 1} \\ y = \frac{a^2 - a - 1}{2a^2 - 5a + 1} \end{cases}$$

4. Apkopo rezultātus tabulā!

$\begin{cases} ax + (a-1)y = 1 \\ (a+1)x - (5-3a)y = a \end{cases}$	
Parametra vērtība	Vienādojumu sistēmas atrisinājumi
$a=0$	$\begin{cases} x = -5 \\ y = -1 \end{cases}$
$a = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{4}$	Vienādojumu sistēmai nav atrisinājuma
Ja $a \neq \frac{5 \pm \sqrt{17}}{4}$ un $a \neq 0$	$\begin{cases} x = \frac{-a^3 + 4a^2 - 5a}{2a^2 - 5a + 1} \\ y = \frac{a^2 - a - 1}{2a^2 - 5a + 1} \end{cases}$