

Pētnieciskais darbs **Lodīšu piramīdas**

Skolēna darba lapa

Pētāmā problēma

Kā jāveido piramīda no apaļiem priekšmetiem, lai paliktu vismazāk brīvas vietas starp priekšmetiem?

Darba piederumi

14 lodītes, šķīvis, smiltis, papīrs, rakstāmais, lineāls, kalkulators

Datu apstrāde, hipotēzes izvirzīšana un pierādīšana

1. Izsaki hipotēzi par iespējamo labāko lodīšu izvietojumu!
2. Aprēķini lodītes tilpumu.
3. Izveido piramīdu, liekot pamatā kvadrātu, kura vienu malu veido 3 lodītes.



Aprēķini izveidotās piramīdas tilpumu!



4. Aizpildi tabulu!

Lodīšu skaits piramīdā	Visu lodīšu tilpums	Piramīdas tilpums	Lodīšu un piramīdas tilpuma attiecība (%)

5. Izveido piramīdu, liekot pamatā vienādmalu trijstūri, kura vienu malu veido 3 lodītes.



Aprēķini izveidotās piramīdas tilpumu!



6. Aizpildi tabulu!

Lodīšu skaits piramīdā	Visu lodīšu tilpums	Piramīdas tilpums	Lodīšu un piramīdas tilpuma attiecība (%)

3. Precizē hipotēzi un pierādi izvirzīto hipotēzi!

Rezultātu izvērtēšana un secinājumi

Kādas matemātikas zināšanas tu izmantoji, pētot šo problēmu?

Ar kādām grūtībām tu saskāries, risinot šo uzdevumu?

Pētnieciskais darbs Lodīšu piramīdas

Skolotāja darba lapa

Pētāmā problēma

Kā jāveido piramīda no apaļiem priekšmetiem, lai paliktu vismazāk brīvas vietas starp priekšmetiem?

Darba piederumi

14 lodītes, šķīvis, smiltis, papīrs, rakstāmais, lineāls, kalkulators

Pētāmā problēma ir vēsturiska. Vācu matemātiķis un astronoms Keplers (1571-1630) pirmoreiz minējumu par lodīšu sakārtojumu izteica 1611. Gadā saistībā ar sniegpārslu pētīšanu. Dažādos lodīšu sakārtojuma veidus viņš pētīja kopā ar angļu matemātiķi un astronomu Tomasu Hariotu, kurš pētīja atoma uzbūvi. Viņi izteica minējumu, ka heksagonālais un kubiskais sakārtojums dod vismazāko telpu starp lodītēm. Pierādījuma minējumam nav. 1998. gadā amerikāņu matemātiķis Tomass Hales publicēja 250 lappušu pamatojumu, kas balstīts uz datorizētiem aprēķiniem. Pēc ekspertu atzinuma, tam ir 99% ticamība. Hales uzskata, ka vēl vajadzēs 10 gadus, lai pilnībā pierādītu Keplera minējumu.

Skolēnu pētījumā aprakstīti abi minētie sakārtojuma veidi – pirmais ir kubiskais, bet otrais ir heksagonālais sakārtojums. Tajos lodītes aizņem aptuveni 74% no piramīdas tilpuma. Haotiskā sakārtojumā lodītes aizņemtu apmēram 65% no tilpuma. Heksagonālā sakārtojumā pirmajā kārtā ir 6 lodītes, otrajā kārtā ir 3 lodītes, bet 3. Kārtā ir 1 lodīte. Skaitļus 1,3,6,10.... sauc par trijstūra skaitļiem un iegūst kā naturālo skaitļu summu. Kubiskajā sakārtojumā lodīšu skaits kārtās ir 9, 4, 1. Skaitļus 1,4,9,16... sauc par kvadrāta skaitļiem un iegūst kā naturālo skaitļu kvadrātus. Lodītes liekot heksagonālajā sakārtojumā, 10. Kārtā ir $1 + 2 + 3 + \dots + 9 + 10 = 55$ lodītes. N-tajā rindā lodīšu skaits būs $(1+n) \cdot n / 2$. Ja saskaita lodīšu skaitu piramīdās ar dažādiem pamatiem, tad iegūst 1,4,10,20,45,56 utt. Skaitlis 4 vienlaikus ir gan trijstūra gan kvadrāta skaitlis. Nākošais tāds skaitlis ir $19600 = 140^2 = 1 + 3 + 6 + \dots + 1176$. Abi sakārtojuma veidi sastopami vairākiem metālu atomos.



Vācu matemātiķis Keplers